

TRAITÉ COMPLET

ET ÉLÉMENTAIRE

DE PHYSIQUE.



TRAITÉ COMPLET

ET ÉLÉMENTAIRE

DE PHYSIQUE



présenté dans un ordre nouveau, d'après les découvertes modernes;



PAR ANTOINE LIBES.

DEUXIÈME ÉDITION,

revue, corrigée et considérablement augmentée par l'Auteur.

TOME PREMIER.



PARIS,

Mme Ve COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Sciences,
quai des Augustins, n° 57.

1813.



DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

Il n'existe, à proprement parler, qu'une seule science, qui est celle de la nature. Cette vérité vivement sentie par les anciens, a été ensuite, par le laps du temps, presque généralement méconnue. Il étoit réservé aux physiciens modernes de l'arracher à l'oubli, de la mettre dans tout son jour, et de briser, d'une main hardie, les barrières qui isoloient chaque science. Cette sorte de révolution devoit, pour être salutaire, se borner à enlever aux sciences leur funeste indépendance : elle a paru néanmoins porter à la Physique les plus dangereuses atteintes. Les chimistes et les géomètres s'étoient partagé, pour ainsi dire, son domaine; et elle se voyoit réduite à s'occuper exclusivement de quelques phénomènes particuliers, peu propres à former l'ensemble d'une science. Rendons à la Physique ses anciennes limites, sans lui rendre son indépendance.

C'est entre le chimiste et le géomètre que doit se placer le physicien : le géomètre n'étudie pas la nature; à la faveur d'une langue bien faite, qui doit à son extrême concision le privilége exclusif de l'universalité, il s'élance avec hardiesse, et marche avec une étonnante rapidité dans des routes toujours sûres, mais qui n'ont le plus souvent qu'une existence hypothétique. Le physicien marche à pas lents dans les sentiers de la nature : environné de précipices et d'écueils, il faut, pour s'en garantir, qu'il porte sans cesse l'œil sévère de l'observation sur tous les objets qui se présentent; heureux si le calcul peut justifier le résultat de ses recherches. La géométrie n'est donc pas étrangère au physicien. Mais il n'emprunte ses figures et son langage que pour confirmer le témoignage de l'expérience qui est toujours son premier guide, ou pour tirer d'un ou de plusieurs faits qu'elle atteste, des conclusions rigoureuses qui font prévoir les résultats des expériences futures.

La chimie offre aussi son flambeau au physicien, surtout lorsqu'il étudie les propriétés de ces substances qui avoient usurpé le privilége de la simplicité, et dont l'influence sur

un grand nombre de phénomènes ne sauroit paroître équivoque.

Avant que la chimie éclairât les routes de la Physique, toutes nos connoissances sur l'air, l'eau, le calorique, etc. avoient pour terme quelques propriétés de ces fluides. La météorologie se bornoit à construire laborieusement des tables qui n'offrent que l'indice isolé des événemens qu'elles annoncent. Quelques beaux génies ont tenté, il est vrai, d'animer ces froides observations; mais pour féconder ces stériles travaux, il leur manquoit une connoissance approfondie de l'atmosphère; il falloit fixer le nombre des fluides aériformes qui la composent; étudier leur nature et leurs propriétés; tracer le tableau et le résultat de leurs combinaisons; apprécier enfin toute leur influence sur les phénomènes que l'atmosphère nous présente.

La chimie moderne a offert à la Physique la solution de ces problèmes : dès-lors une heureuse réciprocité de services a fortement resserré les liens de ces deux sciences qui se glorifient aujourd'hui de cette sorte de fraternité.

Nollet a beaucoup contribué à bannir de nos écoles la Physique systématique pour y substituer la Physique expérimentale. Ce service rendu à la science auroit sans doute plus de prix, si son estimable auteur eût su éviter le danger de l'enthousiasme si dangereux et si commun à l'époque des nouvelles découvertes; s'il eût su ne pas dédaigner les secours de la géométrie, donner à ses leçons une marche plus mâle et plus rapide, interroger avec plus de ménagement la nature, ou du moins ne jamais interpréter son langage lorsque ses réponses arrachées par une indiscrète importunité, étoient équivoques ou obscures. Nollet eût ainsi imprimé à ses leçons un caractère de vigueur et de solidité, qui les eût garanties des ravages du temps; et sous le nom perfide de *Physique expérimentale* (1), la Physique ne fût point devenue le jouet de l'enfance, l'instrument du charlatanisme.

---

(1) Il n'y a point de Physique sans expériences; mais la Physique, purement expérimentale, ne présente à l'esprit réfléchi qu'un amas de jouets d'enfant au milieu de quelques meubles fastueux. On y débite, disoit le chancelier Bacon, du curieux pour de l'utile. Que faut-il de plus pour attirer les regards de la multitude ignorante, et pour former cette vogue passagère qui finit par le mépris?

Loin de nous cette fausse métaphysique qui a couvert si long-temps de ses ombres le domaine de la Physique; elle fera place dans ce Traité à cette métaphysique lumineuse, qui a pour base l'évidence; pour guide, l'observation; pour but, de répandre du jour sur toutes les questions qui lui sont accessibles; pour moyens, de n'admettre jamais que des idées vivement senties, de n'employer que des mots définis avec exactitude.

La précision et la méthode doivent caractériser tout ouvrage destiné à éclairer l'entrée d'une science. Nous avons tâché de les réunir dans ce Traité; et c'est à cette réunion que nous avons fait le sacrifice de certains détails minutieux et de plusieurs expériences, qui n'ajouteroient aucun degré de probabilité aux principes qu'il s'agit d'établir.

Les erreurs qui se sont succédées depuis l'origine d'une science, doivent trouver dans son histoire une place marquée par l'époque où elles ont pris naissance. Un Traité élémentaire ne doit renfermer que des principes démontrés, que des théories solidement établies, que des applications utiles : il n'entre donc

pas dans notre plan de parler avec détail des hypothèses relatives aux questions que nous traitons, dont l'observation et l'expérience attestent la fausseté. Ces brillans édifices élevés par l'imagination, soutenus ensuite par l'ascendant de l'habitude, se sont enfin écroulés sur eux-mêmes, et n'ont laissé après eux que de tristes débris, bien propres à nous rappeler la fragilité des fondemens sur lesquels ils étoient appuyés. La théorie de Newton, et celle des chimistes modernes, ne mériteront jamais ce reproche. Fondées sur des faits généralement reconnus; justifiées par un grand nombre de phénomènes qui viennent s'y plier comme d'eux-mêmes, elles braveront les orages du temps, et les noms de leurs célèbres auteurs seront à jamais consacrés dans les fastes de la Physique.

Envain les détracteurs des théories accusent-ils le physicien anglais d'avoir fait revivre les qualités occultes des anciens, en établissant l'existence de l'attraction. Cet injuste reproche s'évanouit aux yeux du physicien qui n'a d'autre passion que celle de découvrir la vérité. Les corps célestes tendent à s'approcher les uns des autres avec des vîtesses en raison

inverse des carrés des distances, quelle que soit la cause de cette tendance réciproque. Telle est l'assertion de Newton, dépouillée du mot attraction, dont l'abus a tout brouillé dans la Physique. La découverte de ce grand homme ne perd donc rien de son mérite; et sa théorie n'en conserve pas moins l'avantage inappréciable, non-seulement de représenter exactement, à l'aide des courbes et du calcul, toutes les variations que les mouvemens célestes éprouvent; mais encore d'en fixer d'avance et l'époque et la quantité.

Il existe entre la théorie et le système une différence qu'il importe d'apprécier. La théorie consiste à lier les faits entr'eux et à les ramener à un ou deux faits principaux dont il ne soit jamais permis de révoquer en doute l'existence. Le système embrasse un ensemble de phénomènes qu'il plie avec effort à un principe imaginaire, ou qui du moins n'est point encore avoué par la nature. La théorie éclaire tous les pas du physicien, lui montre les rapports qui lient entr'eux les phénomènes, et lui fait souvent entrevoir leur dépendance à l'égard de la cause qui les fait naître. Le système ne jette jamais qu'une fausse lueur

sur la route du physicien, le conduit d'erreur en erreur, de précipice en précipice, et l'éloigne toujours davantage des vrais sentiers de la nature. La théorie et le système empruntent avec la même confiance les secours de la géométrie. La théorie s'en sert avec adresse pour faire évanouir la diversité ou même l'apparente opposition que présentent quelquefois les phénomènes, pour dévoiler les ressorts que la nature fait jouer dans les opérations dont nous sommes témoins, souvent même pour découvrir, sans crainte d'erreur, le résultat des expériences futures. Le système n'emploie jamais le langage de l'analyse que pour tromper avec plus d'ordre, de sûreté et de méthode.

Nous ne connoissons pas les causes premières, je veux dire les lois les plus générales, d'où émanent les effets naturels qui fixent tous les jours notre attention. Ce seroit même envain que nous tenterions de les connoître. Le Créateur, en établissant ces lois, les a couvertes d'un voile impénétrable, pour jouir du privilége exclusif d'appercevoir la chaîne entière dont elles forment les premiers anneaux. Toujours en garde contre les écarts

d'une imagination exaltée, le physicien sage et attentif respecte cette barrière sacrée; il borne son ambition à profiter des secours que lui offre la théorie; il saisit avec empressement un ou deux effets naturels qu'il ne cherche point à expliquer; mais qui, une fois donnés, établissent entre tous les faits connus un rapport si intime, qu'ils empruntent des deux premiers une clarté qui se réfléchit sur eux-mêmes.

Ces considérations justifient l'utilité des théories, lorsqu'elles sont revêtues des caractères sacrés qui distinguent la vérité. Celles que nous avons embrassées dans cet Ouvrage, nous ont paru les réunir. Nous nous flattons qu'ils se graveront profondément dans toute ame avide de connoître la nature, et dégagée des préjugés qui n'ont retardé que trop longtemps les progrès de nos connoissances.

Il nous reste à dire un mot sur la vraie manière d'étudier et d'enseigner la Physique.

Des études préliminaires doivent préparer celle de la science de la nature. Elle exige principalement la connoissance élémentaire des mathématiques; et les progrès d'un élève

dans l'étude de la Physique sont toujours d'autant plus rapides, qu'il manie avec plus de facilité la géométrie et le calcul.

Cette condition une fois remplie, c'est sur les principes généraux de la Physique qu'il importe d'abord de fixer toute son attention. Ces principes sont les lois et les phénomènes de l'inertie, les lois et les phénomènes de l'attraction considérée soit dans les grandes masses, soit dans les molécules élémentaires: l'expérience et la géométrie doivent servir également à en constater l'existence.

Quant aux expériences, l'élève ne doit pas se contenter d'en lire la froide description dans le livre dont il a adopté l'usage. Il est nécessaire qu'il connoisse la construction des machines, qu'il se familiarise avec les appareils, qu'il apprenne en un mot à interroger lui-même la nature, lorsque les circonstances le commandent. Les lois données par la géométrie ne lui paroîtront pas toujours parfaitement d'accord avec celles que donne l'expérience. Il ne tardera pas à saisir la raison de cette différence qui, une fois bien sentie, lui

démontrera la nécessité de recourir à l'expérience lorsqu'on veut étudier la nature.

Cette étude des principes de la Physique est longue, difficile, fatigante; n'importe. Celui qu'anime le desir de faire des progrès dans la Physique se roidit contre tous les obstacles; et lorsqu'ils ont cédé à l'activité de ses efforts, il se trouve abondamment dédommagé de son travail et de sa peine. Il sent la sphère de son intelligence en quelque sorte s'agrandir. Ces principes concentrés dans son esprit y forment une espèce de foyer d'où jaillissent mille traits de lumière qui vont éclairer pour lui toutes les branches de la Physique. Il combine les lois de l'inertie avec celles de la gravitation; et cette combinaison lui fait soulever avec facilité le voile qui couvre le mécanisme du système planétaire. Il combine les lois de l'inertie avec celles de l'attraction moléculaire; et cette combinaison lui dévoile la cause de la plupart des phénomènes qui nous frappent chaque jour d'admiration et de surprise.

Ce que je viens de dire suffit pour faire sentir que l'enseignement de la Physique ne consiste

point dans l'exposition de quelques phénomènes particuliers et des hypothèses imaginées pour en donner l'explication. Ceux qui suivroient cette méthode auroient à mes yeux de grands traits de ressemblance avec ces maîtres de musique, qui négligeant ou dédaignant d'en enseigner les vrais principes, parviennent à la longue à former quelques chanteurs, mais jamais un musicien.

TRAITÉ COMPLET

ET ÉLÉMENTAIRE

DE PHYSIQUE.



LIVRE PREMIER.

DE L'ÉTENDUE, DE LA DIVISIBILITÉ, DE LA FIGURABILITÉ, DE L'IMPÉNÉTRABILITÉ ET DE LA MOBILITÉ DES CORPS.

CHAPITRE PREMIER,

Qui renferme le plan de l'Ouvrage, et des Notions préliminaires.

1. On entend par le mot *science* un ensemble de propositions liées entr'elles par une dépendance réciproque.

2. Le physicien entend par le mot *nature* l'assemblage de tous les corps qui composent l'univers.

3. Quelquefois le mot nature exprime cette puissance invisible qui régit l'univers, et qui a imprimé

à la matière des mouvemens soumis à des lois invariables.

Quelquefois on l'emploie pour désigner les principes élémentaires des corps. Ainsi le chimiste croit connoître leur nature, lorsqu'il est parvenu aux derniers résultats de l'analyse.

4. On appelle *corps* tout ce qui manifeste son existence par quelque action sur nos sens.

La nature nous a doués de cinq sens, la vue, l'ouïe, l'odorat, le goût et le tact. Ces organes sont destinés à recevoir les impressions des objets extérieurs; et ce sont ces impressions qui donnent naissance aux sensations et aux idées.

5. On entend par *propriété* tout ce que les corps nous offrent de constant et d'uniforme, soit dans leur manière d'exister, soit dans leur manière d'agir.

6. Les corps sont solides ou fluides.

7. Les *solides* sont ceux dont les molécules sont plus ou moins étroitement unies entr'elles, mais toujours assez pour opposer à leur séparation une résistance sensible.

8. Les *fluides* sont ceux dont les molécules sont si foiblement unies qu'elles cèdent facilement à la plus légère pression.

9. Les fluides se divisent principalement en deux classes.

10. Ceux dont on ne peut effectuer la compression d'une manière sensible, portent le nom de *liquides ;* tels sont, l'eau, le mercure, l'huile, etc.

11. On appelle *fluides aériformes* ceux dont les mo-

lécules sont tellement atténuées et écartées les unes des autres, qu'on les rapproche avec la plus grande facilité, et que leur ensemble forme toujours un corps invisible et impalpable: telle est cette masse fluide qui environne le globe que nous habitons.

12. Le mot *phénomène,* que j'emploierai si souvent dans cet Ouvrage, est un mot grec d'origine; il signifie *apparence*, et on l'applique à toute action, à tout mouvement, à tout effet, en un mot, que présente à nos yeux le spectacle de l'univers.

Ces définitions préliminaires rendront ce qui suit plus intelligible et plus facile.

13. La Physique est la science de la nature.

Cette définition ne caractérise pas la Physique, elle est commune à toutes les sciences naturelles. Il existe néanmoins entr'elles une différence qu'il importe d'apprécier : pour y réussir remontons à l'époque de l'origine des sciences.

14. Lorsque les Anciens ont voulu se livrer à l'étude de la nature, ils ont d'abord été effrayés par l'immensité du terrain qu'ils avoient à défricher; aux mouvemens de la surprise et de la crainte ont bientôt succédé les conseils de la sagesse. Elle leur a inspiré de se partager le travail pour en assurer le succès; de multiplier, pour ainsi dire, les ateliers sur le vaste champ qu'ils avoient à parcourir afin d'en faciliter la culture. Alors les uns se sont chargés d'étudier les corps sous le rapport de leurs propriétés : on a appelé *Physique* cette branche de la science de la nature. Les autres se sont occupés de décomposer les corps, et de les recomposer ensuite

avec les élémens qui ont résulté de leur décomposition : on a nommé *Chimie* cette partie de la science de la nature. Les corps offrent des caractères distinctifs, puisés dans des qualités extérieures, telles que la forme, la cassure, la couleur, etc., etc. La science de la nature, considérée sous ce dernier rapport, porte le nom d'*Histoire naturelle.*

La Physique a donc pour objet les propriétés des corps; la Chimie en étudie les principes; l'Histoire naturelle observe, pour ainsi dire, leur physionomie. Le naturaliste s'occupe, il est vrai, de quelques propriétés des corps; mais il se borne toujours à en constater l'existence, et laisse au physicien le soin d'en apprécier les causes et les effets.

15. Cette division de la science de la nature, si utile dans le principe, a fini par nuire à son avancement. Tant que la Physique, la Chimie et l'Histoire naturelle ont été isolées et parfaitement indépendantes, elles ont été réduites à un état de foiblesse et de langueur. Leurs progrès rapides datent de l'heureuse époque où elles ont réuni leurs richesses respectives pour former un trésor commun qui servît à l'avantage de chacune. Je profiterai des avantages attachés à cette réunion, et je tâcherai d'apprécier son influence sur l'explication d'un grand nombre de phénomènes.

16. Il me paroît utile de placer à la tête de cet Ouvrage le tableau général des objets qui le composent. On me reprochera peut-être de commencer par où je devrois terminer ce Traité élémentaire. Les idées générales ne se composent en effet que d'idées

particulières, et ce n'est qu'après avoir parcouru les différentes branches de la Physique, qu'on peut se flatter d'en saisir l'enchaînement : mais cette méthode, connue sous le nom de *synthèse*, et qui consiste à descendre du général au particulier ; cette méthode, dis-je, a cela d'avantageux, qu'elle présente un ensemble qui sert à classer les idées à mesure qu'on les acquiert, et qu'elle offre des points fixes semés de loin en loin dans la carrière de la science, sur lesquels l'esprit fatigué par une attention long-temps soutenue, peut quelquefois se reposer.

17. Ces avantages bien marqués justifient l'usage que je fais de la synthèse. Dans les détails j'emploie l'analyse. Elle consiste à procéder du connu à l'inconnu, à remonter du particulier au général ; elle est l'instrument favori de l'homme de génie qui travaille à reculer les limites d'une science. Dans l'enseignement, l'analyse et la synthèse me paroissent inséparables ; elles doivent se prêter des secours mutuels, et c'est cette heureuse réciprocité de services qui assure le succès de l'instruction.

18. Pour bien connoître les propriétés des corps, il faut les isoler pour ainsi dire, les examiner chacune séparément ; distinguer avec soin celles qui forment, en quelque sorte, le cortége naturel de la matière, et dont il est impossible de la dépouiller, de celles qui l'accompagnent exclusivement dans certains états, dans certaines circonstances, et qu'on pourrait lui enlever sans anéantir son existence. Les premières sont communes, au même degré, à tous les corps de la nature : telles sont, l'étendue, la di-

visibilité, la figurabilité, l'impénétrabilité, la mobilité, l'inertie et la gravité. Les secondes sont particulières, ou du moins variables; elles caractérisent certains corps, telles sont, la caloricité, la compressibilité, la porosité, l'élasticité, la fluidité, la sonorité, la lucidité, l'électricité, la magnéticité, la galvanicité, etc., etc.

19. Je m'occuperai d'abord des propriétés communes, et c'est en parlant de ces propriétés que j'établirai, à l'aide de l'expérience et de la géométrie, les principes fondamentaux de la Physique. La mobilité me conduira à fixer la véritable notion de ces mots, espace, temps, vitesse; à établir les lois du mouvement, soit uniforme, soit variable, et à déterminer la juste mesure de la force qui produit le mouvement. Je présenterai ensuite le tableau des phénomènes qui appartiennent à l'inertie des solides. Le choc des corps fixera d'abord mon attention : il est soumis à des lois constantes et invariables que l'élasticité modifie; je ferai connoître les changemens qu'elle leur fait éprouver : de là je passerai à la composition du mouvement, au mouvement curviligne que font naître les forces centrifuge et centripète, à l'équilibre dans les machines, enfin aux résistances qui résultent, soit du frottement, soit de la roideur des cordes destinées à transmettre le mouvement.

20. Je considérerai ensuite les phénomènes qui appartiennent à l'inertie des fluides. Ils ont principalement pour objet les différentes lois que les fluides observent dans leur pression, l'équilibre des

corps flottans et des corps plongés, la détermination des pesanteurs spécifiques, les circonstances qui accompagnent l'écoulement d'un vase, entretenu ou non entretenu, constamment plein, celles qui regardent les eaux jaillissantes et les tuyaux de conduite; enfin les résistances que les fluides opposent au mouvement des corps.

21. Je m'occuperai enfin de la dernière propriété commune, la gravité. Je la considérerai dans tous les corps de la nature, et particulièrement dans les corps célestes. L'exposition des lois auxquelles cette force est soumise, sera précédée par un tableau abrégé de notre système planétaire. J'entrerai, à ce sujet, dans des détails qui me mettront à même de considérer les corps célestes sous le rapport de la force qui les enchaîne dans des orbes elliptiques. Képler en fit une application heureuse, dont il trouva les lois à l'aide de l'observation. Il étoit réservé à Newton de les confirmer par le calcul, de démontrer la loi générale dont ces dernières ne sont qu'une conséquence, de nous faire connoître les forces qui animent les corps célestes, et de déchirer le voile qui nous déroboit leurs mouvemens.

Cette loi générale consiste en ce que tous les corps s'attirent en raison directe des masses, et en raison inverse des carrés des distances. Je la ferai servir à fixer le véritable rapport des masses, des volumes, des densités des planètes, à déterminer leur figure ainsi que leur pesanteur à la surface du soleil et des autres planètes, à dévoiler la véritable cause des différentes longueurs du pendule à la sur-

face des planètes, du mouvement direct de l'apogée de la lune, du mouvement rétrograde de ses nœuds; enfin à expliquer les phénomènes du flux et reflux de la mer, de la précession des équinoxes et de la nutation de l'axe de la terre.

22. Je considérerai ensuite la gravité relativement aux corps terrestres; et sous ce rapport je l'appellerai *pesanteur*. La loi générale à laquelle elle est soumise, souffre ici quelque légère modification. Les corps qui tombent sur la surface de la terre, descendent de hauteurs dont la différence est insensible respectivement à leur distance au centre de la terre : la pesanteur qui les anime, peut donc être regardée comme une puissance accélératrice constante, pendant tout le temps qu'ils emploient à tomber; de sorte qu'ils observent dans leur chute les lois du mouvement uniformément accéléré. J'en ferai l'application aux corps qui tombent sur des plans inclinés et au mouvement de projection : des considérations importantes sur le mouvement des pendules, termineront cette théorie de la pesanteur.

23. Il me restera à examiner la gravité dans les molécules élémentaires des corps; et alors elle prendra le nom *d'attraction chimique*, ou *d'attraction moléculaire*. La théorie de l'attraction moléculaire étoit, il n'y a pas long-temps, renfermée exclusivement dans le domaine de la chimie. Le physicien respectoit la barrière imaginaire qui lui en défendait l'entrée, et la Physique étoit condamnée à se nourrir de vieilles erreurs et à essuyer tous les dégoûts de la stérilité. Aujourd'hui qu'on est bien

convaincu qu'il n'existe qu'une seule science, qui est celle de la nature ; aujourd'hui qu'il est bien reconnu que l'attraction planétaire et l'attraction chimique sont une seule et même force ; la théorie de l'attraction moléculaire est devenue une question importante de Physique. Elle a déjà beaucoup contribué à hâter les progrès de la météorologie et de l'hygrométrie ; elle nous a éclairés sur la formation des corps solides, et particulièrement sur l'arrangement symétrique de leurs molécules sous des formes géométriques, qui méritent toute l'attention du physicien, soit en elles-mêmes, soit par leur diversité, relativement à une même substance. Elle a enfin donné naissance à plusieurs autres importantes théories parmi lesquelles la théorie du calorique fixera d'abord mon attention. J'étudierai avec soin les propriétés physiques de ce fluide, ses propriétés chimiques, les diverses applications qu'on en peut faire aux arts, aux usages même les plus ordinaires de la société, son influence sur la porosité, la compressibilité et l'élasticité des corps ; sur leur passage de la solidité à la liquidité, de la liquidité à la fluidité aériforme ; enfin sur l'ascension du mercure dans le thermomètre, dont j'indiquerai la construction et les usages.

24. De tous les fluides aériformes, celui qu'il nous importe le plus de connoître, c'est l'air atmosphérique. Je prouverai sa pesanteur, et les effets de sa pression pour faire monter l'eau dans les pompes, le mercure dans le baromètre. L'élasticité de ce fluide une fois bien établie, il me sera facile d'expliquer les phénomènes de la sonorité, et d'établir la

théorie des cordes vibrantes sur des principes rigoureux. J'étudierai ensuite la nature de l'air, et je ferai concourir l'analyse avec la synthèse pour prouver qu'il se compose de deux fluides aériformes, dont je ferai connoître la nature et les propriétés.

25. Après avoir examiné les propriétés de l'air atmosphérique, je considérerai l'eau dans l'état de glace, de liquide et de vapeur élastique. Je lui enleverai l'antique prérogative qui la classoit parmi les élémens. Je démontrerai qu'elle résulte de la combinaison des bases de deux fluides aériformes, dans le rapport de 85 à 15. De cette importante vérité, et de celles que j'aurai précédemment établies sur la nature et les propriétés de l'air atmosphérique, coulera, comme de source, l'explication des phénomènes les plus remarquables que la nature nous présente. Je veux parler des phénomènes de la combustion, de la respiration, de la chaleur animale, de la végétation et de la fermentation. Plusieurs phénomènes atmosphériques, tels que le tonnerre, la pluie d'orage, les aurores boréales, viendront encore se plier, comme d'eux-mêmes, à la théorie que ces belles découvertes ont fait naître; suivront les connoissances acquises sur les alcalis, les acides et les terres. Ces objets réunis composent la chimie générale, sans cesser d'appartenir à la Physique particulière.

26. J'étudierai ensuite les phénomènes de la lucidité; la vitesse prodigieuse du fluide lumineux; son affoiblissement, soit à raison des distances, soit à raison de la densité d'un milieu supposé homogène qu'il

a à traverser; la décomposition de ce fluide en une infinité de rayons différemment réfrangibles, dont on a réduit le nombre à sept; les phénomènes des couleurs, de l'arc-en-ciel, de la vision; les lois de la réflexion et de la réfraction; ces objets importans doivent fixer d'abord les regards du physicien. Je considérerai ensuite l'influence du fluide lumineux sur la végétation, sur les animaux, sur le dégagement du gaz oxigène dans plusieurs phénomènes remarquables. Le fluide lumineux et le calorique ont des propriétés communes, et des propriétés qui les distinguent : il y a donc entre ces deux fluides une différence que je tâcherai d'apprécier.

27. Des phénomènes frappans auxquels donnent naissance l'électricité, la magnéticité et la galvanicité, deviendront enfin l'objet de mes recherches. Je ramènerai les phénomènes électriques à la répulsion et à l'attraction qui ont lieu, suivant que les électricités sont homogènes ou contraires, et j'adopterai la manière la plus plausible d'expliquer ces effets, d'après l'idée de deux fluides, tels que les molécules de chacun se repoussent mutuellement, et attirent celles de l'autre fluide, en raison inverse du carré de la distance. Je ferai connoître l'expérience ingénieuse et décisive, par laquelle Coulomb a établi l'existence de cette loi. Je joindrai aux phénomènes qui résultent de l'électricité acquise par frottement ou par communication, ceux qu'elle produit dans certains corps à l'aide de la simple chaleur; dans d'autres, par le simple contact.

Cette dernière manière d'électriser a fait naître

l'invention de la pile, et nous a dévoilé des propriétés singulières qui distinguent les substances résineuses.

28. Il existe entre les aimans et les corps électriques des rapports frappans. Ils me serviront à lier la théorie du magnétisme à celle de l'électricité, d'après une idée semblable sur l'existence de deux fluides soumis aux mêmes lois que ceux qui composent le fluide électrique. Je déduirai de cette idée l'explication des attractions et des répulsions des aimans, et celle des différentes manières de communiquer au fer la vertu magnétique, parmi lesquelles j'indiquerai celle qui me paroît mériter la préférence.

29. Enfin je considérerai les phénomènes qui prennent naissance dans le sein de l'atmosphère, et j'en déduirai l'explication des principes établis dans les différens articles qui composent ce Traité.

Tel est le plan de cet Ouvrage. Il est vaste dans son ensemble, intéressant dans ses détails. L'ordre, la précision et la clarté présideront à son exécution. L'abus des mots est un écueil malheureusement trop commun dans les sciences. Je tâcherai de l'éviter en donnant une définition exacte de tous les mots qui en sont susceptibles. Les mots ont été imaginés pour exprimer des idées; ceux qui sont les signes des idées premières, ne peuvent être définis. Il seroit dangereux de l'entreprendre. Les discussions longues, oiseuses, j'ose même dire puériles, qui ont long-temps divisé les géomètres sur la définition de la ligne droite, sont probablement le fruit d'une en-

treprise de ce genre. Il n'en est pas ainsi des mots qui expriment des idées complexes. Les définir avec soin, c'est les soumettre à une espèce d'analyse qui, en écartant les équivoques, tarit la source la plus féconde des erreurs.

CHAPITRE II.

De l'Etendue et de la Divisibilité.

De l'Etendue.

30. Le mot *étendue* exprime une de ces idées qui entrent comme élémens dans nos diverses conceptions, et qui échappent par leur simplicité à toute espèce d'analyse. Les Anciens ont fait des efforts inutiles pour en donner une définition satisfaisante. Ils se sont épuisés en vaines discussions, en recherches stériles, pour savoir si elle constitue l'essence des corps. La solution de ce problème tient à la connoissance de la nature de la matière, qui a échappé jusqu'ici à l'activité des physiciens. Bornons-nous, dans l'état actuel de nos connoissances, à ce que le rapport des sens nous apprend au sujet de l'étendue : nous concevons qu'il y a étendue partout où il y a contiguité et distinction de parties. L'étendue, ainsi conçue, a toujours trois dimensions, longueur, largeur et profondeur. Le géomètre considère, mesure même chacune de ces dimensions séparément. Le physicien ne les isole jamais. Il étudie les corps tels qu'ils lui sont offerts par la nature; et la nature n'en présente aucun qui n'ait ces trois dimensions réunies.

De la Divisibilité.

31. Point de corps sans étendue; point d'étendue sans contiguité et sans distinction de parties. Tous les corps sont donc composés de parties : ces parties que l'attraction (1) a réunies pour former les corps, peuvent être séparées les unes des autres; c'est ce qui constitue la divisibilité. Pour effectuer la séparation des parties d'un corps, il faut employer une force répulsive supérieure à la force qui les enchaîne. Cette force répulsive peut être l'effet d'une puissance mécanique, telle que la lime, la rape, le pilon, etc. On peut employer le calorique (2), qui, comme nous le verrons dans la suite, a la propriété d'écarter les molécules d'un corps quelconque soumis à son action : des fluides, tels que l'eau, l'alcool ou esprit du vin, et les acides, servent aussi quelquefois à cet usage.

32. Mais quel que soit le moyen que les circonstances et la nature du corps dont on se propose

---

(1) On appelle *attraction* la force par laquelle tous les corps tendent réciproquement les uns vers les autres. Cette tendance peut être l'effet d'une impulsion. Par le mot *attraction* nous désignons le phénomène et non la cause. Considérée dans les corps terrestres, l'attraction prend le nom de *pesanteur;* considérée dans les molécules élémentaires des corps, elle prend le nom d'*attraction moléculaire* ou d'*attraction chimique*.

(2) Le calorique est un fluide infiniment délié, réel ou hypothétique, dont la présence excite en nous la sensation de la chaleur.

de séparer les parties, nous commandent d'employer, il se trouve réduit, après l'opération, en un grand nombre de molécules très-petites; et lorsque leur extrême petitesse les fait échapper à l'activité de nos regards, le microscope nous fait encore appercevoir dans chacune d'elles, les trois dimensions qui caractérisent l'étendue. Alors nous concevons qu'il est possible de mener plus loin la division; et si ces molécules résistent avec opiniâtreté aux efforts que nous faisons pour l'effectuer, c'est à l'insuffisance des moyens employés qu'il faut s'en prendre, puisque chacune de ces molécules est composée de parties qui sont susceptibles d'éprouver une séparation.

Le musc a une divisibilité telle, qu'un décigramme (un grain, 88) de cette matière peut faire sentir son odeur dans un appartement, d'une manière incommode, pendant l'espace de vingt ans.

Boyle a trouvé que 53 milligrammes (un grain) de cuivre dissous, contiennent 22,788,000,000 parties visibles.

La nature nous offre d'autres exemples de la prodigieuse divisibilité de la matière, soit dans la dissolution du phosphore, soit dans l'émanation du fluide que répand sans cesse l'astre qui nous éclaire, sans que sa masse ait éprouvé une altération sensible.

33. A ces faits, qui attestent de la manière la moins équivoque l'étonnante divisibilité de la matière, se joignent d'utiles applications dont la nature de cet Ouvrage nous commande la description. Quelques coups de marteau suffisent pour donner à une masse

d'or, du poids de 53 milligrammes (un grain), la forme d'une large feuille. Cette feuille est placée entre deux parchemins, et soumise à de nouvelles percussions qui lui font acquérir beaucoup de surface aux dépens de son épaisseur. Pour éviter le danger de la déchirure, qui augmente avec l'amincissement de la feuille, on la met entre deux peaux d'une très-grande finesse, qui se trouvent dans l'estomac des bœufs. Elle acquiert, par des percussions réitérées, un degré d'amincissement tel, qu'il faut 300 mille de ces feuilles, appliquées les unes sur les autres, pour faire l'épaisseur de 27 millimètres (un pouce).

34. L'art du fileur d'or offre des résultats encore plus surprenans. Avec une quantité de feuilles d'or qui n'excède jamais le poids de 183,56 grammes (6 onces), et que l'on réduit quelquefois jusqu'à 30,59 (une once), on couvre un cylindre d'argent d'environ 0,595 mètres de longueur (22 pouces), 0,034 mètres de diamètre (15 lignes), et du poids de 100 hectogrammes (45 marcs). On fait passer successivement le rouleau doré par les trous d'une lame d'acier, qui vont en décroissant; de façon que le rouleau, s'alongeant aux dépens de son diamètre, acquiert une longueur de 377957,84 mètres (193920 toises). Pendant cette opération, l'or s'étend sur le fil d'argent, de manière que l'argent ne demeure découvert nulle part; on passe ensuite le fil doré entre deux rouleaux d'acier poli, pour en former une lame. Cette opération l'alonge encore d'un septième, et la lame se trouve dorée dessus et dessous: d'où il résulte qu'on obtient deux lames d'or, dont chacune

chacune a une longueur de 430 kilomètres (97 lieues).

35. Avant d'être filée pour la fabrication de nos étoffes, la soie l'a déjà été par l'insecte qui nous la donne, à la faveur d'une filière qu'il a reçue de la nature. Le fil dont il forme sa coque, a une si grande finesse, qu'il faut en mesurer 3565 décimètres (300 aunes) pour faire le poids de 32 milligrammes (0,58 grains). Les fils des araignées, tels qu'elles les produisent immédiatement et avant qu'elles les joignent pour leur toile, sont, à l'égard d'un cheveu, d'après les observations de Réaumur, moins gros que n'est le fil trait doré à l'égard du premier cylindre dont il a été tiré, et leur diamètre égale à peine l'épaisseur de cette légère couche d'or, qui couvre le fil d'argent.

36. C'est surtout vers l'application des vérités physiques aux arts, que le physicien doit diriger son talent et ses laborieuses recherches. Elle donne aux sciences un objet d'utilité, qui peut seul justifier les soins qu'on se donne pour leur culture. Nous passerons donc sous silence ces questions oiseuses et puériles que la saine Physique a condamnées à l'oubli. La matière est-elle réellement divisible à l'infini, ensorte que sa division n'admette aucunes bornes possibles? ou bien est-elle composée en dernier résultat de molécules indivisibles? Tel est le fameux problème qui a fixé trop long-temps l'attention des physiciens. La loi que je me suis faite de procéder toujours du connu à l'inconnu me force d'en renvoyer la solution au troisième chapitre de

la quatrième partie du troisième livre, qui traite de l'attraction considérée dans les molécules élémentaires des corps.

CHAPITRE III.

De la Figurabilité et de l'Impénétrabilité.

De la Figurabilité.

37. L'ÉTENDUE des corps a ses limites; ces limites sont des surfaces qui environnent les corps. Ces surfaces diffèrent entr'elles par le nombre, la figure, la disposition et la grandeur. Elles forment la figure des corps qui doit par conséquent varier à l'infini.

38. La figure des corps n'est pas l'ouvrage du hasard. Si l'on observe avec quelque soin la nature, il est aisé de se convaincre qu'il est certaines figures régulières qu'elle élabore d'une manière uniforme dans les mêmes circonstances, et qui annoncent de sa part une action soumise à des lois invariables. Ces corps sont appelés *cristaux*. Le physicien reconnoît sans peine, dans leur formation, le travail de la nature; mais ce qui excite sa surprise, c'est de voir que des cristaux originaires de la même substance, et par conséquent composés des mêmes principes chimiques, admettent dans leur structure une différence sensible, quelquefois même une espèce d'opposition; tandis que des cristaux originaires de différentes substances, se présentent constamment sous la même forme. Ainsi le carbonate calcaire

prend tantôt la forme d'un rhomboïde, tantôt celle d'un prisme hexaèdre régulier, tantôt celle d'un solide terminé par douze triangles scalènes, tantôt celle d'un dodécaèdre régulier, dont les faces sont des pentagones; tandis que le fluate calcaire, le muriate de soude, le sulfure de fer, le sulfure de plomb, etc., se présentent constamment sous une forme cubique.

39. Ce phénomène étoit fait pour piquer l'activité des physiciens. Ils ont travaillé à en chercher l'explication, et à justifier ainsi une apparente bizarrerie de la nature. J'aurai occasion de faire connoître dans la suite de cet Ouvrage, les résultats de leurs recherches.

De l'Impénétrabilité.

40. L'impénétrabilité est cette propriété, en vertu de laquelle deux corps ne peuvent occuper en même temps la même place. Un homme abandonné au seul organe de la vue, pourroit se former une idée de l'étendue des corps, il lui seroit impossible d'acquérir celle de leur impénétrabilité. C'est au tact que nous devons l'idée de cette propriété de la matière. Lorsque nous touchons des corps solides; lorsque nous faisons effort pour les comprimer, nous éprouvons une résistance qui nous garantit leur impénétrabilité. L'impénétrabilité des corps solides est donc une propriété incontestable. Celle des liquides ne se manifeste pas d'une manière aussi sensible. La grande mobilité de leurs molécules, l'extrême facilité qu'elles ont à céder, sans effort, à

la plus légère pression, peut faire naître des doutes sur leur impénétrabilité. Celle des fluides aériformes doit paroître encore plus équivoque. L'air atmosphérique nous touche sans cesse; il nous touche partout également; l'habitude nous a rendu son contact si familier, que nous avons besoin de réflexion pour reconnoître l'impression qu'il fait sur nous. Il oppose à tous nos mouvemens une résistance réelle, et cette résistance échappe le plus souvent à nos sens et à notre attention. Il importe donc d'établir l'impénétrabilité de l'air atmosphérique sur des expériences rigoureuses. L'impénétrabilité de ce fluide une fois bien prouvée, la force de l'analogie nous conduira à conclure que les liquides et les fluides aériformes jouissent tous de la même propriété.

Expérience. Après avoir rempli un vase de cristal d'eau bien claire, jusqu'aux deux tiers ou environ de sa capacité, on attache une bougie allumée sur une tranche de liége, et on met flotter la tranche de liége sur la surface du liquide. Si l'on descend ensuite verticalement, l'orifice en bas, un vase plus étroit que le premier, on voit la bougie parvenir jusqu'au fond de l'eau sans s'éteindre.

Le vase qu'on descend verticalement, dans cette expérience, contient un volume d'air qui remplit sa capacité. Cette masse fluide, quoique peu dense, est pourtant composée de parties solides qui, en vertu de leur impénétrabilité, se comportent, à l'égard de l'eau qu'elles rencontrent, comme tout autre corps dont les parties seroient unies : c'est pourquoi la bougie allumée qu'on a fixée sur la tranche

de liége, descend jusqu'au fond de l'eau sans s'éteindre.

Quoique l'air renfermé dans le vase s'oppose à l'eau qui fait effort pour y entrer, sa résistance n'est point telle qu'il l'en exclue entièrement. Nous verrons ailleurs que l'air est compressible, et qu'il peut se resserrer dans un plus petit espace, quand on l'y force. Nous verrons aussi qu'un corps plongé dans un fluide, y éprouve une pression d'autant plus grande, que son immersion est plus profonde. Ces deux principes une fois bien conçus, il est visible que l'eau doit s'élever un peu dans le vase qu'on fait descendre dans le liquide, malgré la résistance de l'air qu'il renferme; mais à quelque profondeur que le vase soit plongé, jamais l'eau ne réduira à zéro le volume de l'air, pour en occuper toute la place, ce qui suffit pour prouver que les fluides aériformes jouissent de l'impénétrabilité.

41. Pour peu qu'on réfléchisse sur l'expérience précédente, il est aisé de voir, 1°. pourquoi, quelque grande que soit la force qu'on emploie pour enfoncer le piston dans une pompe, on ne peut jamais lui faire toucher le fond; 2°. pourquoi l'on ne remplit point un vase lorsqu'on le plonge l'orifice en bas; 3°. pourquoi l'entonnoir dont le canal remplit trop exactement le col étroit d'une bouteille n'est point propre à y introduire une liqueur; 4°. pourquoi du papier attaché au fond d'un verre ne se mouille pas, lorsqu'on fait descendre le verre verticalement et l'orifice en bas dans une masse d'eau; 5°. pourquoi le papier se mouille, si le fond du

verre est percé, dans son épaisseur, d'un orifice, pour si étroit qu'on le suppose?

42. L'impénétrabilité bien reconnue de l'air atmosphérique a donné naissance à une machine connue sous le nom *de cloche du plongeur*. Elle consiste en une grande cloche garnie de poids qui la sollicitent à descendre verticalement à une certaine profondeur. L'air étant compressible, quoique impénétrable, l'eau monte dans la cloche sans jamais atteindre le plongeur qui repose sur une traverse située dans son intérieur. L'air contenu dans la cloche acquiert, par l'ascension de l'eau, une densité funeste, et par la respiration du plongeur, un méphitisme qui ont décidé la proscription de la machine.

43. Mais ce fluide qui se dérobe au sens du toucher, dont les molécules sont réduites à un état de ténuité qui effraie notre imagination, partage-t-il l'impénétrabilité avec les autres corps de la nature? Oui, sans doute, répondent unanimement les physiciens; car une lumière trop forte blesse l'organe de la vision : nos yeux ne peuvent se fixer sur des corps qui répandent une clarté éblouissante. Le fluide lumineux se réfléchit à la rencontre des miroirs; il se réfracte dans le diamant et dans les autres corps transparens; il se divise au travers de l'angle d'un prisme, en rayons de diverses couleurs : toutes ces propriétés, vraiment dignes de notre admiration, ne permettent pas, disent-ils, de regarder comme équivoque l'impénétrabilité de ce fluide.

Un instant de réflexion suffit pour sentir toute la

frivolité de ces raisonnemens. Les propriétés du fluide lumineux dont il est question dans cet article, ne prouvent rien en faveur de son impénétrabilité. J'ai même quelques motifs de penser que le fluide lumineux jouit du privilége exclusif de pénétrer tous les corps de la nature. Ce n'est point ici le lieu d'en parler avec détail. Ils trouveront place dans le chapitre de cet Ouvrage, qui traite de la transparence et de l'opacité.

44. On dit communément qu'un clou pénètre le bois dans lequel on l'enfonce; que l'eau et l'alcool mêlés ensemble se pénètrent mutuellement. Il est aisé de voir qu'il n'y a ici qu'une pénétration apparente. Dans le premier cas, il y a déplacement des parties du bois par le clou qu'on enfonce; mais l'espace que le clou occupe n'est occupé en même temps par aucune molécule du bois; dans le second cas, l'espace occupé par l'eau et l'alcool réunis, est moindre que la somme des espaces occupés par les deux fluides isolés, parce qu'ils ont chassé, en se combinant, une portion du calorique interposé entre leurs molécules, et l'expulsion du calorique se démontre par l'augmentation de température du mélange.

CHAPITRE IV.

De la Mobilité.

45. Tous les corps peuvent être transportés d'un lieu dans un autre. On donne à cette propriété le nom *de mobilité*. Elle est la même dans toutes les

molécules de matière, et conséquemment indépendante de la figure et du poli de la surface qui influent exclusivement sur la grandeur des résistances qui s'opposent au mouvement.

Tout ce qui regarde le mouvement des corps appartient à leur inertie. Nous croyons pourtant devoir rapporter à la mobilité les diverses circonstances qui accompagnent le mouvement.

46. On appelle mouvement l'état d'un corps qui est actuellement transporté d'un lieu dans un autre.

47. Il y a deux sortes de mouvement; le mouvement absolu et le mouvement relatif.

Le premier est celui d'un corps qui est transporté d'une partie de l'espace dans une autre, en vertu d'une impulsion ou d'une force qui lui a été imprimée.

Le second est celui d'un corps qui change de situation par rapport à ceux auxquels on le compare; et il est visible,

1°. Qu'un corps peut avoir le mouvement relatif sans avoir le mouvement absolu. Il suffit pour cela de le comparer, lorsqu'il est en repos, à des corps animés d'un mouvement quelconque;

2°. Deux corps ont le mouvement absolu sans avoir le mouvement relatif lorsqu'ils se meuvent avec la même vitesse suivant des directions parallèles.

48. Le repos est un état purement négatif; on en distingue de deux sortes; le repos absolu et le repos relatif.

Le premier, est la persévérance d'un corps à de-

meurer constamment dans la même partie de l'espace. Le second, est la même situation d'un corps à l'égard de tous ceux qui l'environnent.

49. A proprement parler, le repos absolu n'existe pas dans la nature. Nous verrons dans la suite, que depuis les plus petites molécules de matière, jusqu'à ces globes immenses qui roulent avec majesté sur nos têtes, il n'y a partout que mouvement, ou tendance au mouvement. C'est cette tendance qui résiste au repos absolu. Elle anime sans cesse les molécules de matière, les fait entrer dans différentes combinaisons, leur fait prendre mille et mille formes, qui concourent à varier et à vivifier la nature.

Les différentes circonstances qui accompagnent le mouvement d'un corps, sont : 1°. sa masse; 2°. l'espace parcouru; 3°. le temps; 4°. la vîtesse; 5°. la force qui produit le mouvement.

De la Masse.

50. La masse d'un corps est la quantité propre de matière qu'il contient, sans avoir égard à son volume, c'est-à-dire à l'espace qu'il occupe. Si l'on considère la quantité de matière d'un corps sous un volume déterminé, elle prend le nom *de densité.*

De l'Espace.

51. Nous pouvons concevoir tous les corps de la nature anéantis, et conserver encore l'idée d'une immense étendue qui se prolonge en tout sens, et qu'on appelle *espace absolu.* Une partie quelconque de cet

espace se nomme *espace relatif*. L'espace absolu est infini et immuable. L'espace relatif est susceptible de mesure. Pour le mesurer exactement, il faut une unité. Elle avoit été jusqu'ici arbitraire, et par conséquent différente dans différentes contrées. Les savans formoient, depuis long-temps, des vœux stériles pour faire acquérir à cette unité l'uniformité qui lui convient, et qu'il étoit aisé de lui donner en la prenant dans la nature. Ce service rendu aux sciences et aux arts, est un bienfait de la révolution. L'unité de mesure est prise dans le méridien terrestre; elle est la dix-millionième partie de l'arc du méridien, compris entre l'équateur terrestre et le pôle. On lui a donné le nom *de mètre*.

Du Temps.

52. Le mot *temps* ne désigne pas une chose réelle. Il exprime l'idée d'un certain ordre de choses qui se succèdent sans aucune interruption. Pour savoir ce que c'est que le temps, il suffit de faire attention à la manière dont nos idées se succèdent continuellement les unes aux autres. On se forme encore une idée du temps, lorsqu'on réfléchit sur la manière dont un corps en mouvement change de place, en passant successivement de l'une à l'autre : d'où il résulte que c'est dans le mouvement que l'on a dû chercher la mesure du temps. Pour en avoir une mesure exacte et rigoureuse, il faudroit trouver un corps dont le mouvement fût toujours également rapide. Ne trouvant pas ce modèle dans la nature, il a fallu se contenter d'une approximation, en tirant

la mesure du temps du mouvement diurne de la terre, et en prenant pour unité la durée de la révolution apparente d'une étoile autour de cette planète.

De la Vîtesse.

53. La comparaison de l'espace parcouru au temps employé à le parcourir, a fait naître l'idée de vîtesse.

54. Si un corps parcourt des espaces égaux en temps égaux, sa vîtesse est uniforme.

55. La vîtesse accélérée est celle d'un mobile qui, dans des temps égaux, parcourt des espaces qui vont toujours en augmentant, ou bien des espaces égaux dans des temps qui vont toujours en décroissant. Si les espaces parcourus augmentent également dans des temps égaux, la vîtesse est uniformément accélérée.

Lorsqu'un mobile mesure des espaces égaux dans des temps qui augmentent de plus en plus; ou si, en supposant l'égalité des temps, les espaces parcourus vont toujours en décroissant, la vîtesse est retardée; elle est uniformément retardée, si les décroissemens des espaces parcourus sont les mêmes dans des temps égaux.

La vîtesse uniforme, accélérée, ou retardée, se nomme aussi le plus souvent *mouvement uniforme, accéléré*, ou *retardé*.

56. Si Pierre parcourt d'une vîtesse ou d'un mouvement uniforme un espace donné, dans une heure, et que Jean parcoure le même espace dans une

demi-heure, il est visible que Jean a une vîtesse double de celle de Pierre ; la vîtesse croît donc, donné le même espace, en raison inverse du temps. Si Pierre parcourt dans une heure un espace double de celui que Jean parcourt dans le même temps, il est clair que Pierre a une vîtesse double de celle de Jean; et conséquemment, donné le même temps, la vîtesse croît en raison directe de l'espace : d'où il résulte que, dans le mouvement uniforme, la vîtesse doit être exprimée par le quotient d'une division dans laquelle l'espace sera le dividende, et le temps le diviseur ; mais l'espace et le temps étant des quantités hétérogènes, il faut, pour effectuer la division de l'un par l'autre, les dépouiller, pour ainsi dire, de leur hétérogénéité, en les réduisant à des nombres abstraits. On prend pour cela une unité de temps; la seconde, par exemple : on prend de même une unité d'espace, telle que le mètre ; et alors l'espace et le temps sont des nombres abstraits qui désignent combien ils renferment d'unités de leur espèce. La vîtesse devient ainsi le quotient d'une division dans laquelle le dividende et le diviseur sont des nombres abstraits, et son unité est la vîtesse d'un corps qui parcourt un mètre dans une seconde. C'est en ramenant ainsi la vîtesse, l'espace et le temps à des nombres abstraits, qu'on peut dire que dans le mouvement uniforme, la vîtesse égale l'espace divisé par le temps, qui est conséquemment égal à l'espace divisé par la vîtesse.

La nature qui ne nous offre aucun modèle du mouvement uniforme, nous en présente souvent,

soit du mouvement uniformément accéléré, soit du mouvement uniformément retardé. Les corps tombant librement sur la surface de la terre sont animés d'un mouvement uniformément accéléré. Ceux au contraire qui reçoivent une impulsion dans un sens contraire à celui de la pesanteur, se meuvent d'un mouvement uniformément retardé. La pesanteur est ici tantôt puissance accélératrice, tantôt puissance retardatrice. Le mouvement uniformément accéléré est soumis à des lois particulières qu'il importe d'établir ici, parce que plusieurs questions que nous traiterons d'après notre plan, avant de parler des phénomènes de la pesanteur, en supposent la connoissance.

57. Un corps qui se meut d'un mouvement uniformément accéléré, reçoit des vîtesses égales dans des instans égaux : d'où il résulte que la série qui exprime le nombre des instans écoulés depuis le commencement de l'accélération, désigne aussi le nombre des degrés de vîtesse acquis, et conséquemment que la vîtesse acquise pendant l'accélération est proportionnelle au temps.

58. Supposons les temps comptés sur le côté AB du triangle rectangle ABE (fig. 1), et leur origine au point A. Par différens points *a*, *b*, *c*, supposons menées les lignes *af*, *bg*, *ch*, parallèles à la base BE du triangle, elles seront proportionnelles aux hauteurs A*a*, A*b*, A*c*; elles pourront donc représenter les vîtesses acquises au bout des temps A*a*, A*b*, A*c*. Si à la place de ces lignes mathématiques, on en suppose dont la largeur soit infiniment petite, et

qui interceptent par conséquent des parties infiniment petites sur la ligne des temps, leur rapport ne changera point pour cela, et elles représenteront de même les vîtesses. Mais dans un instant infiniment petit, la vîtesse doit être regardée comme uniforme, parce qu'on ne peut concevoir que la puissance accélératrice renouvelle son action avant l'écoulement d'un instant infiniment petit; donc l'espace parcouru dans cet instant, est proportionnel à la vîtesse, et peut être représenté par la même ligne. Le temps AB étant divisé en instans infiniment petits, l'espace parcouru dans chaque instant, est représenté par la ligne ou la petite surface correspondante; mais la somme de ces instans est égale au temps AB; la somme de toutes ces surfaces est égale à celle du triangle ABE; donc cette surface représente l'espace parcouru dans le temps AB. Prenons un autre triangle A*af*, sa surface représente l'espace parcouru dans le temps A*a*. D'ailleurs les triangles ABE, A*af* sont semblables, et conséquemment entr'eux, comme les carrés des côtés homologues; donc l'espace parcouru dans le temps AB est à l'espace parcouru dans le temps A*a* comme $\overline{AB}^2 : \overline{Aa}^2$, ou comme $\overline{BE}^2 : \overline{af}^2$, c'est-à-dire, comme les carrés des temps, ou comme les carrés des vîtesses acquises pendant l'accélération.

59. Divisons le temps AB en parties égales et finies A*a*, *ab*, *bc*, *c*B; et supposons toujours que les lignes menées par les points de division soient parallèles à la base. Les espaces parcourus pendant le premier,

le second, le troisième instant, etc., sont représentés par les surfaces A*af*, *abgf*, *bchg*, B*ch*E; ces surfaces ont même hauteur, elles sont donc entr'elles comme la somme de leurs bases opposées, c'est-à-dire, comme 1, 3, 5, 7, etc. Les espaces partiels décrits en temps égaux croissent donc comme la suite des nombres impairs, tandis que les espaces totaux sont comme les nombres carrés 1, 4, 9, 16, etc.

L'espace parcouru dans le temps AB, en vertu du mouvement accéléré qui nous occupe, est égal à ABE, ou bien à $\frac{AB.BE}{2}$. Supposons qu'au bout du temps AB, le mobile ne reçoive plus de nouvelle vitesse, et qu'il continue à se mouvoir pendant le temps AB, en vertu de celle qu'il a acquise; alors la vitesse est uniforme et l'espace parcouru égale AB.BE, produit du temps multiplié par la vitesse; donc l'espace parcouru d'un mouvement uniformément accéléré, est la moitié de l'espace parcouru dans le même temps, d'un mouvement uniforme, avec la vitesse acquise à la fin de l'accélération.

60. Il est facile de démontrer, par expérience, ces lois du mouvement uniformément accéléré, à l'aide d'un instrument imaginé par le docteur Athoowd.

Les principales pièces de cette machine sont, 1°. une poulie A, portée sur un axe qui tourne dans une chape, comme elle est représentée ici (fig. 2), ou mieux encore, sur deux rouleaux cylindriques et mobiles pour diminuer, davantage le frottement. Une corde de soie très-mince passe dans la gorge de cette poulie,

et est terminée par deux crochets destinés à recevoir des poids convenables B, C; 2°. une tringle verticale KL, divisée en parties égales, de trois pouces anglais, par exemple; 3°. deux plaques de métal amovibles, qu'on peut fixer, au moyen d'une vis, dans tel endroit de la tringle que l'on veut. L'une d'elles I est percée de manière à laisser passer le poids B, l'autre est pleine, et destinée à arrêter ce poids; 4°. enfin on adapte à la machine un pendule à secondes, avec un compteur.

Aux deux extrémités B, C du fil de soie, on suspend deux poids égaux, que nous représenterons l'un et l'autre par 64, et qui se font équilibre. Pour rompre cet équilibre, on ôte du côté C un poids comme 1, que l'on porte du côté B, qui se trouvant avoir un poids comme 2, de plus que le côté C, descendra le long de la tringle. Le poids 2 appliqué à une masse 2, lui donneroit une vîtesse égale à celle de la pesanteur; mais il est appliqué à une masse 128; il doit donc produire une vîtesse 64 fois moindre. D'ailleurs la pesanteur fait parcourir à un corps 16 pieds anglais dans la première seconde, comme on le verra dans la suite; donc le poids B ne parcourra qu'un quart de pied ou trois pouces anglais, qui font une division de la tringle KL. Par le moyen de cette réduction, on peut faire dans un appartement les expériences suivantes, qui, sans la machine d'Athoowd, demanderoient beaucoup de soin et des édifices d'une grande hauteur.

Première expérience. La machine étant préparée, comme nous venons de le dire, et le poids B étant

à *o*,

à *o*, on le laisse aller. Il est facile de voir, au moyen du pendule, que ce poids répond à la première division au bout d'une seconde, à la quatrième au bout de deux secondes, à la neuvième au bout de trois secondes, et ainsi de suite; ensorte que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps.

Seconde expérience. On met la plaque de cuivre I à la quatrième division, et à la place du poids qui déterminoit la chute, lequel étoit rond comme G, on en substitue un autre égal, mais alongé comme H. Alors le poids B parvient à la fin de la deuxième seconde à la plaque I, où il laisse le poids H; les deux poids qui sollicitent le fil CEFB sont donc égaux, et B ne se meut plus qu'en vertu d'un mouvement déjà acquis. L'expérience fait voir qu'au bout de deux autres secondes il a parcouru huit autres divisions. Donc si la force accélératrice cesse d'agir au bout d'un certain temps, le mobile parcourra dans le même temps, en vertu du mouvement acquis, le double de l'espace décrit depuis le commencement de la chute.

61. D'après les principes que nous venons d'exposer, on aura l'espace parcouru dans un temps quelconque, si on connoît l'espace parcouru dans un autre temps; or les expériences qui ont été faites à ce sujet, prouvent qu'à notre latitude les corps tomberoient dans le vide en une seconde (ancienne division du jour), de la hauteur d'environ 16 pieds anglais. L'espace parcouru dans le même temps, seroit plus grand au pôle, et plus petit à l'équateur,

puisque la pesanteur est plus grande dans le premier lieu, et moindre dans le second.

62. Faisons au mouvement uniformément retardé l'application des lois que nous venons d'établir pour le mouvement uniformément accéléré.

63. Que AB (fig. 1), représente le temps pendant lequel un corps se meut dans un sens opposé à la gravité, qui devient alors puissance retardatrice, et que BE exprime la vîtesse avec laquelle il est lancé; le corps cesse de monter lorsqu'il n'y a plus de vîtesse: les lignes parallèles à la base dans le triangle ABE représentent donc les vîtesses dans les distances auxquelles elles répondent, et la surface du triangle ABE exprime l'espace parcouru, pendant le temps AB, d'un mouvement uniformément retardé, comme il est aisé de le déduire de la démonstration donnée sur les corps mus d'un mouvement uniformément accéléré; mais BE exprimant la vîtesse qu'un corps peut acquérir, s'il est mu d'un mouvement uniformément accéléré pendant le temps AB, ce triangle ABE est le même qui représente l'espace parcouru par un corps livré à l'action de la pesanteur, pendant qu'il acquiert dans sa chute la même vîtesse BE: d'où il résulte 1°. *qu'un corps qui est descendu d'une certaine hauteur, d'un mouvement uniformément accéléré, a acquis une vîtesse suffisante pour le faire remonter à la même hauteur d'un mouvement uniformément retardé;* 2°. *que les espaces parcourus par des corps mus d'un mouvement uniformément retardé avec différentes vîtesses, sont entr'eux comme les carrés de ces vîtesses.*

De la Force.

64. Un corps en mouvement est transporté d'un lieu dans un autre. Ce transport est un effet réel : il doit avoir une cause réelle. C'est cette cause que l'on désigne sous le nom *de force*. Elle nous est, et nous sera toujours inconnue. Bornons-nous à connoître ses effets, à déterminer les lois de son action.

65. Dans le mouvement uniforme, deux ou plusieurs corps ayant même masse, ont des forces proportionnelles aux vîtesses. Car si les vîtesses sont dans le rapport de 1 à 2, les espaces parcourus dans le même temps, seront comme 1 à 2 : les forces qui font parcourir ces espaces, sont donc aussi dans le même rapport; et conséquemment, donnée même masse, les forces sont proportionnelles aux vîtesses.

Deux ou plusieurs corps ayant même vîtesse, ont des forces proportionnelles aux masses. Si les masses sont dans le rapport de 1 à 100, les forces suivent le même rapport. Un corps comme 100, avec une vîtesse comme 1, a cent fois plus de parties à transporter avec la même vîtesse, qu'un corps comme 1, avec une vîtesse comme 1 : la force du premier doit donc être cent fois plus grande que celle du second : d'où il résulte que, donnée même vîtesse, la force est directement comme la masse, et conséquemment, *que la force d'un corps est égale au produit de la masse par la vîtesse*, en supposant que ces quantités hétérogènes soient ramenées à l'homogénéité, par leur réduction, à des nombres abstraits.

Le produit de la masse par la vîtesse, est aussi appelé *quantité de mouvement.*

66. Si les forces de deux corps sont égales, les produits des masses, par les vîtesses, sont égaux, et conséquemment les masses et les vîtesses sont en raison réciproque.

Si les masses et les vîtesses de deux corps sont en raison réciproque, les produits des masses, par les vîtesses, sont évidemment égaux, et conséquemment les forces que ces produits représentent sont égales.

67. Dans le mouvement uniformément accéléré, les forces sont comme les produits des masses par les carrés des vîtesses; car les forces sont toujours proportionnelles aux espaces qu'elles font parcourir; et comme dans le mouvement uniformément accéléré, les espaces sont comme les carrés des vîtesses, il en résulte que les forces se composent des masses et des carrés des vîtesses.

68. Les physiciens étoient tous d'accord sur la manière d'évaluer les forces qui produisent le mouvement, lorsque Léibnitz établit une distinction entre la force qui agit contre un obstacle invincible, et celle qui agit contre un obstacle qui cède. La première fut appelée *force morte*, et la seconde, *force vive.* Léibnitz et les physiciens qui embrassèrent son opinion, convinrent que pour évaluer la force morte, il faut multiplier la masse par la vîtesse. Quant à la force vive, ils prétendirent que pour l'estimer selon sa juste valeur, il faut multiplier la masse par le carré de la vîtesse. Nous n'entre-

rons pas dans le détail des raisonnemens et des nombreuses expériences qui ont été faites pour appuyer cette assertion. Elles sont consacrées dans un grand nombre d'ouvrages, qu'il est aisé de consulter, et particulièrement dans les Institutions de Physique, par la marquise du Châtelet, ainsi que dans un ouvrage de Mairan, qui a pour titre : *Dissertation sur l'estimation des forces motrices des corps.* Nous nous bornerons à dire que, si les sentimens étoient partagés sur la manière d'évaluer la force des corps en mouvement, c'étoit parce que les défenseurs des forces vives ne faisoient pas entrer la considération du temps dans l'examen des faits qu'ils apportoient en preuve de leur opinion. Nous convenons avec eux que les effets sont quadruples de la part d'un corps qui se meut avec une vîtesse comme 2, par comparaison à celui qui n'a qu'une vîtesse comme 1. Mais ce n'est pas parce que 4 est le carré de 2, que cet effet a lieu; c'est seulement parce que le mobile, qui a une vîtesse comme 2, fait un effort, répété deux fois autant que celui d'un corps qui se meut avec une vîtesse comme 1 : d'où il suit que ces deux forces sont absolument les mêmes, et qu'elles ne diffèrent dans leur résultat que par le défaut de la considération du temps.

LIVRE II.

De l'Inertie.

69. L'INERTIE est une de ces propriétés qu'on ne peut définir avec exactitude qu'après en avoir constaté l'existence.

Soit un corps d'une grandeur et d'un poids déterminés, par exemple une boule de plomb, pesant 183,42 grammes (6 onces), suspendue librement par un fil dans un air tranquille; et une autre boule de plomb semblable, pareillement suspendue, qui va heurter la première avec une force comme 4. L'expérience fait voir que la boule en repos reçoit de celle qui la frappe, une portion de sa force; et que cette dernière perd dans le choc, ce que l'autre paroît avoir acquis. Le même effet a lieu, si la boule choquée n'est pas en repos, pourvu qu'elle ait moins de mouvement que la boule choquante. Celle-ci perd dans le choc une portion de sa force, égale à celle que reçoit la première.

70. Il résulte de cette expérience, qu'un corps sollicité à se mouvoir, ne reçoit de mouvement qu'autant qu'il en fait perdre la même quantité aux corps qui agissent sur lui. Lorsqu'un corps vient en frapper un autre, ils se partagent toute la quantité de mouvement; et ce qu'il y a de remarquable, c'est que ce partage se fait comme si c'étoit une chose purement matérielle. Le corps choqué reçoit du mouvement aux dépens du corps choquant, à peu

près comme un vase se remplit aux dépens d'un autre qui se vide.

71. L'inertie est indépendante de la résistance de l'air. 1°. Le choc des corps offre le même résultat dans le vide qu'en plein air. 2°. L'air fait lui-même partie de la question qui nous occupe, car il s'agit de savoir si l'inertie convient à tous les corps en général ; et l'air sollicité à se mouvoir, ne se refuse au mouvement qu'en vertu de son inertie.

72. L'inertie ne peut être regardée comme un effet de la pesanteur ; si elle avoit la pesanteur pour cause, elle seroit différente, selon la différente direction des corps qui sont en mouvement : elle seroit nulle dans ceux qui se meuvent horizontalement ; et cependant il est aisé de remarquer que l'inertie se trouve également dans un corps en mouvement, quelque direction qu'on lui suppose.

73. L'inertie ne peut être regardée comme une force inhérente à la matière. Toute force fait naître le mouvement, ou du moins une tendance au mouvement. Telle est l'idée qu'on doit attacher à ce mot force. Ainsi la pesanteur est une force, parce qu'elle tend sans cesse à précipiter les corps vers le centre de la terre. Si elle ne produit pas toujours son effet, c'est qu'un obstacle invincible s'y oppose ; mais du moment que l'obstacle est levé, elle agit avec efficacité, et le corps se précipite. L'inertie, loin de produire du mouvement ou une tendance au mouvement, sollicite, au contraire, les corps en repos à persévérer dans l'état où ils se trouvent ; ils résistent même à tout changement d'état, en vertu de leur

inertie ; mais cette résistance n'est pas l'effet d'une force particulière ; elle doit être regardée comme une loi de la nature, en vertu de laquelle un corps ne peut acquérir du mouvement par l'action d'un autre corps, sans l'en dépouiller.

Ces notions sur l'inertie nous conduisent à établir deux lois qui maîtrisent tous les corps de la nature.

Première Loi.

74. *Tout corps tend à persévérer dans son état de mouvement ou de repos, à moins qu'une cause étrangère ne l'en fasse sortir.*

Un corps en repos ne peut se donner aucun mouvement, puisqu'il ne renferme pas en soi de raison pour se mouvoir dans un sens plutôt que dans un autre.

Un corps en mouvement doit se mouvoir toujours selon la même direction, à moins qu'un obstacle invincible ne s'y oppose ; car il n'y a aucune raison pour que le corps s'écarte plutôt à droite qu'à gauche de sa direction primitive. Il doit encore se mouvoir d'un mouvement uniforme, s'il n'éprouve pas de résistance ; comment, en effet, un corps incapable de se donner un mouvement, pourroit-il altérer celui qu'il a reçu ? d'ailleurs, nous observons tous les jours que la durée des mouvemens augmente dans le même rapport que les obstacles diminuent ; ce qui nous porte à croire que les mouvemens seroient perpétuels s'il n'y avoit aucun obstacle. Ajoutons à ces preuves celle qui nous est offerte par les mouvemens célestes, qui, depuis un grand nombre

de siècles, n'ont éprouvé aucune altération sensible, et cette loi de la nature ne nous paroîtra pas équivoque.

Deuxième Loi.

75. *La réaction est toujours égale et contraire à l'action.*

Lorsqu'un corps va en frapper un autre en repos, l'action que le premier exerce sur le second lui communique une quantité de mouvement. Mais on peut, avant l'action, concevoir le second animé par cette quantité de mouvement, et par une autre égale et directement opposée; l'action du corps choquant se réduit ainsi à détruire cette dernière quantité de mouvement; mais pour cela il doit employer une quantité de mouvement égale et contraire, qui sera détruite : d'où il résulte que dans l'action mutuelle des corps, la réaction est toujours égale et contraire à l'action.

Cette loi de la nature se manifeste de la manière la moins équivoque dans un grand nombre de phénomènes; l'aimant attire le fer comme il en est attiré; nous observons la même chose dans les attractions et répulsions électriques, dans le développement des forces élastiques et même des forces animales; quel que soit le principe moteur de l'homme et des animaux, il est certain qu'ils reçoivent par la réaction de la matière, une force égale et contraire à celle qu'ils lui communiquent, et qu'ainsi, sous ce rapport, les mêmes lois maîtrisent les êtres sensibles et les êtres inanimés.

Mais le repos des corps, lorsqu'ils éprouvent une application mutuelle des parties, atteste encore plus hautement l'égalité de l'action à la réaction; car quoique ces corps se pressent réciproquement, et qu'ils puissent céder facilement, l'un ne fait pas changer de place à l'autre. Si, avant le contact de ces corps, on met entr'eux un obstacle qui empêche qu'ils ne s'approchent sans empêcher leur action mutuelle, l'obstacle est en repos avec les corps, quoiqu'il ne soit retenu par aucune force, et il est constant qu'il est pressé également de part et d'autre, pendant que ces corps s'attirent mutuellement.

Les phénomènes qui appartiennent à l'inertie des solides, diffèrent de ceux qui regardent l'inertie des fluides. Nous en parlerons séparément.

PREMIÈRE PARTIE.

Des Phénomènes qui appartiennent à l'inertie des solides.

76. Les phénomènes qui appartiennent à l'inertie des solides sont principalement le choc des corps, le mouvement composé, le mouvement curviligne, que font naître les forces centrifuge et centripète; l'équilibre dans les machines, et les résistances qui résultent, soit de la roideur des cordes, soit du frottement qu'éprouvent les corps en glissant ou en roulant les uns sur les autres.

CHAPITRE PREMIER.

Du Choc des corps.

77. On appelle *choc*, l'action qu'un corps emploie lorsqu'étant mis en mouvement, il vient frapper un autre corps avec toute sa force.

78. Un tel choc arrive lorsqu'un corps mis en mouvement, rencontre sur sa route un autre corps qui est en repos, ou lorsque deux corps mus suivant des directions opposées, se rencontrent; ou enfin lorsqu'un corps en mouvement rencontre sur son passage un corps qui se meut avec moins de vîtesse que lui.

Ces trois cas ont lieu dans les corps mous, dans les corps durs et dans les corps élastiques.

79. Les corps mous se compriment dans le choc, et conservent ensuite l'état que la compression leur a donné. Le choc ne fait souffrir aux corps durs aucune compression; les corps élastiques se compriment par le choc, mais ils recouvrent d'eux-mêmes, après le choc, l'état que la compression leur a fait perdre.

80. On donne le nom de *vîtesse respective* à celle par laquelle deux corps s'approchent ou s'éloignent réciproquement l'un de l'autre; d'où il résulte, 1°. si un corps est en repos, et que l'autre se meuve en s'approchant du premier, la vîtesse respective est alors la même que la vîtesse absolue. 2°. Si deux corps se meuvent selon la même direction, avec des vîtesses égales, la vîtesse respective est nulle; s'ils se meuvent selon la même direction avec des vîtesses inégales, la vîtesse respective égale la différence des vîtesses des deux corps. 3°. Si deux corps sont portés l'un vers l'autre suivant une direction contraire, la vîtesse respective égale la somme des deux vîtesses.

81. Pour rendre la théorie du choc des corps plus simple et plus facile à saisir, nous supposerons, 1°. que les corps sont ou parfaitement mous, ou parfaitement durs, ou parfaitement élastiques; 2°. que leur mouvement se fait dans un milieu, sans résistance et sans frottement, de sorte que la théorie seroit fausse si les faits qu'elle annoncera se trouvoient exactement représentés par l'expérience, puisque les obstacles dont nous faisons abstraction entrent nécessairement pour quelque chose dans les résultats.

82. Nous considérerons d'abord le choc direct, c'est-à-dire celui de deux corps, dont les centres de gravité (1) se trouvent dans la direction de leur mouvement; et pour en rendre l'exécution plus facile, nous emploierons, pour faire nos expériences, des corps sphériques, que nous suspendrons à des fils fort déliés, afin de diminuer autant qu'il est possible les frottemens et la résistance de l'air; et comme nous aurons souvent besoin de connoître le degré de vîtesse de ces petits globes, nous les tiendrons suspendus à des points fixes, autour desquels ils pourront décrire des arcs de cercles, qui seront mesurés par des graduations. Ce que nous dirons dans la suite, en parlant de la pesanteur, fera connoître comment on peut, par la grandeur de ces arcs, mesurer la vîtesse des corps qui les décrivent. Ce procédé a été employé avec succès par le célèbre Mariotte. La machine dont nous nous servons, et qui est représentée (fig. 3), n'est autre chose que la sienne, dont on a étendu l'usage, et qu'on a rendue plus commode.

PARAGRAPHE PREMIER.

Du choc direct des corps non élastiques.

83. Les lois du choc sont les mêmes pour les corps durs et pour les corps mous, à cette différence près que la communication du mouvement est ins-

(1) Le centre de gravité est ce point autour duquel toutes les parties d'un corps sont en équilibre.

tantanée dans les corps durs, et successive dans les corps mous. Ce phénomène dépend de la nature de ces corps. Dans ceux qui sont parfaitement durs, tels que nous les supposons ici, les molécules sont tellement adhérentes entr'elles, qu'elles ne peuvent céder séparément à l'impression du choc : toute la masse du corps cède donc en même temps, et le corps choqué obéissant à l'effort du corps choquant, se déplace entièrement au moment où il est choqué. Il n'en est pas ainsi d'un corps mou, dont les parties n'ont que très-peu d'adhérence entr'elles ; elles cèdent successivement à l'effort du choc, de sorte que le corps choqué ne se déplace, pour ainsi dire, que par degrés, et il n'est entièrement déplacé que lorsque toutes ses parties ont reçu l'impression totale du corps choquant.

Première Loi.

84. *Si un corps non élastique va en frapper un autre en repos, ou qui se meut selon la même direction, avec moins de vîtesse que lui, il doit lui communiquer dans le choc une partie de sa force, suffisante pour qu'ils aillent tous deux, après le choc, avec la même vîtesse.*

Cette loi n'est pas équivoque, elle est fondée sur ce que le corps choquant ne peut communiquer au corps choqué ni plus ni moins de force qu'il n'en faut pour qu'ils marchent ensemble. S'il en communiquoit plus, le corps choqué iroit avec plus de vîtesse que le corps choquant; celui-ci ne persévéreroit donc pas dans son état aussi long-temps qu'il

l'auroit pu, ce qui est évidemment contraire à la loi de l'inertie. Si le corps choquant communiquoit au corps choqué moins de force qu'il n'en faut pour qu'ils aillent avec la même vitesse, l'obstacle ne seroit pas levé, il renaîtroit sans cesse, et le but que se propose la nature dans la communication du mouvement seroit entièrement manqué.

85. Il suit de cette loi, 1°. que dans le choc les forces doivent se partager entre le corps choquant et le corps choqué proportionnellement à leurs masses; car les vitesses de deux corps ne peuvent être égales que lorsque les forces qui les animent sont proportionnelles aux masses, n° 65; 2°. que la somme des forces est la même avant et après la collision; la force perdue par le corps choquant se trouve dans le corps choqué; 3°. qu'après le choc le corps choquant et le corps choqué ont toujours même vitesse, mais jamais même force lorsque les masses sont inégales.

Ces résultats que donne la théorie deviendront sensibles à l'aide de l'expérience.

Première expérience. Suspendez aux extrémités de deux fils de la machine de Mariotte, deux boules de terre glaise égales en masse. Ces boules étant placées dans un même plan, si on en laisse une en repos, et qu'après avoir élevé l'autre par un arc de six degrés, on l'abandonne à son propre poids, elle va frapper celle qui est en repos, et après le choc elles se meuvent toutes deux dans la direction de la boule choquante, et parcourent ensemble un arc de trois degrés.

La boule qui est tombée par un arc de six degrés, si elle ne trouvoit point d'obstacle, remonteroit dans la partie opposée par un arc semblable. C'est une chose dont on peut aisément s'assurer par l'expérience, et dont nous dirons la raison en expliquant les phénomènes de la pesanteur : d'où il résulte que la boule tombant par un arc de six degrés, a acquis au point du perpendicule une vitesse comme 6; donc en lui supposant une masse comme 1, elle agit sur la boule en repos avec une force comme 6; donc puisque les deux boules sont égales en masse, la choquante doit communiquer à la choquée une force comme 3 : force comme 3 sur une masse comme 1, produit une vitesse comme 3. Les deux boules doivent donc se mouvoir après le choc, dans la direction de la choquante, chacune avec une vitesse comme 3, et conséquemment elles doivent parcourir ensemble un arc de trois degrés.

Remarquez que la somme des forces est la même avant et après la collision. Avant la collision, la force de la boule choquante étoit comme 6. Après la collision la force de la boule choquante est comme 3, la force de la boule choquée est aussi comme 3; donc la somme des forces est 6.

Seconde expérience. Faisons la boule choquée que nous laissons en repos, double en masse de la boule choquante, à laquelle nous donnons six degrés de vitesse, le reste étant supposé comme dans l'expérience précédente. Après le choc les deux boules parcourent ensemble un arc de deux degrés.

La boule choquante a une masse comme 1, et a acquis

a acquis avant le choc une vîtesse comme 6; elle frappe donc la boule qui a une masse comme 2, avec une force comme 6; donc elle lui communique une force comme 4: force comme 4 produit sur une masse comme 2 une vîtesse comme 2. La boule choquée doit donc se mouvoir avec une vîtesse comme 2; il reste à la boule choquante une force comme 2: force comme 2 produit sur une masse comme 1 une vîtesse comme 2. D'où il résulte que les deux boules doivent, après le choc, parcourir ensemble un arc de deux degrés. La somme des forces est la même avant et après la collision. Avant la collision la force de la boule choquante étoit comme 6; après la collision la force de la boule choquante est comme 2, la force de la boule choquée est comme 4. Donc la somme des forces après la collision est comme 6.

Je pourrois sans doute multiplier à volonté les exemples; ce travail seroit long, fastidieux et inutile. Un esprit tant soit peu exercé fera sans peine à toutes sortes d'expériences de ce genre, l'application de nos principes.

Deuxième Loi.

86. *Lorsque deux corps non élastiques se meuvent en sens contraire, ils demeurent en repos après le choc, ou ils se meuvent dans la direction du plus fort, avec l'excès de la force de ce dernier, distribué selon le rapport des masses.*

Ou ces deux corps se meuvent avec des forces égales, ou avec des forces inégales. Si les forces

sont égales, elles se détruisent dans le choc, et conséquemment les corps demeurent en repos. Si les forces sont inégales; à raison de leur opposition, la plus petite est détruite par une partie de la plus grande, et il ne reste d'effectif après le choc, que l'excès de la force du plus fort sur celle du plus foible; il doit donc précisément arriver la même chose que si le plus foible étant en repos, le plus fort agissoit contre lui avec l'excès de force qu'il conserve après le choc; ils doivent donc se mouvoir tous deux après le choc, selon la direction du plus fort, avec l'excès de force de ce dernier, distribué selon le rapport des masses.

87. Il résulte de cette loi, que la force qui subsiste après le choc entre deux corps non élastiques qui se meuvent en sens contraire, est toujours égale à la différence des forces avant le choc.

L'expérience confirme l'existence de cette loi.

Première expérience. On suspend aux extrémités de deux fils de la machine de Mariotte, deux boules non élastiques ayant même masse. On élève l'une par un arc de six degrés d'une part, et l'autre par un arc semblable du côté opposé. On les laisse tomber en même temps. Ces deux boules se rencontrent au lieu le plus bas de leur chute, où elles demeurent en repos.

Dans cette expérience il y a opposition et égalité de forces. Les masses sont supposées égales; les vîtesses sont aussi égales, puisque ces boules ont été élevées à la même hauteur. Des forces égales et opposées se détruisent, et cette destruction fait naître le repos. Après le choc la force est donc nulle,

et conséquemment égale à la différence des forces avant le choc.

Seconde expérience. On fait mouvoir les deux boules de même masse, l'une vers l'autre, comme dans l'expérience précédente, et l'on met leurs vîtesses et conséquemment leurs forces dans le rapport de 6 à 12. Les deux boules après le choc continuent de se mouvoir dans la direction de celle qui a plus de force avec trois degrés de vîtesse.

Dans le choc les forces égales et opposées se détruisent. La boule qui a une force comme 6 perd donc ici toute sa force, tandis que celle qui a une force comme 12 n'en perd que la moitié; d'où il résulte qu'il reste à cette dernière, après le choc, une force comme 6, qu'elle partage avec la première boule qui lui est égale en masse. Elles ont donc chacune après le choc une force comme 3, et conséquemment une vîtesse comme 3. Remarquez que la somme des forces, après le choc, égale la différence des forces avant le choc. La somme des forces après le choc est $3+3=6$. La différence des forces avant le choc est $12-6=6$.

88. C'est ici le lieu d'observer que le choc, c'est-à-dire l'action d'un corps sur un autre qui s'oppose à son mouvement, ne s'exerce pas en vertu de toute la vîtesse du corps choquant, puisque si les deux corps avoient la même vîtesse, il n'y auroit point de choc; cette action s'exerce seulement en raison de la différence des vîtesses, c'est-à-dire, de la vîtesse respective des deux corps; de là vient sans doute que celui qui reçoit un poids tombant d'une

certaine hauteur baisse la main pour diminuer l'action que le poids exerceroit. Si au contraire on alloit à la rencontre du coup, l'impression seroit plus douloureuse, parce que la vîtesse seroit plus grande.

NOTE.

Voici une formule, c'est-à-dire, l'expression abrégée des résultats que donne, dans tous les cas, l'expérience relativement au choc des corps non élastiques.

La force qui anime un mobile est égale au produit de la masse par la vîtesse, n° 65, et conséquemment la vîtesse égale le quotient de la force divisée par la masse. Il suit de là que la vîtesse commune au corps choquant et au corps choqué, égale la somme de leurs forces après le choc divisée par la somme de leurs masses. Donc en exprimant la vîtesse commune par C, la force du premier après le choc par F, et sa masse par M, la force du second par f et sa masse par m, nous aurons $C=\frac{F+f}{M+m}$. Lorsque les directions ne sont pas opposées, la somme des forces est la même avant et après la collision, n° 85; donc en désignant la vîtesse du corps choquant avant la collision par V, et la vîtesse du corps choqué par u, nous pouvons substituer $MV+mu$ à la place de $F+f$, et nous aurons $C=\frac{MV+mu}{M+m}$. Si les directions sont opposées, la somme des forces après la collision égale la différence des forces avant la collision, n° 87. Alors $F+f=MV-mu$, et conséquemment nous aurons $C=\frac{MV-mu}{M+m}$.

§ II.

Du choc direct des corps élastiques.

89. Dans le choc des corps élastiques, la nature est soumise aux mêmes lois dont nous avons reconnu l'existence dans le choc des corps non élas-

tiques. Mais comme dans les corps élastiques les parties comprimées par le choc se rétablissent avec une force égale à celle qui les a déplacées, ce dernier effort, qui se mêle à celui du mouvement communiqué par le choc, apporte beaucoup de changemens aux résultats.

90. Il faut donc soigneusement distinguer deux sortes de forces dans le choc des corps élastiques; l'une qui est indépendante de l'élasticité, et que dans le corps choqué nous nommerons *mouvement communiqué;* l'autre qui naît de l'élasticité, et que nous appellerons *ressort* ou *élatère.*

Premier Principe.

91. *Il existe après le choc dans un corps élastique deux élatères, l'un en avant et l'autre en arrière.* L'existence de ces deux élatères est démontrée par l'expérience suivante.

Première expérience. On met sur un plan horizontal un anneau circulaire d'acier, d'environ 324 millimètres (un pied) de diamètre, sur 15 millimètres (7 lignes) de largeur, et 9 millimètres (4 lignes) d'épaisseur. On place dans l'intérieur de cet anneau, aux deux extrémités du même diamètre, deux petites boules d'ivoire égales en masse : on frappe ensuite avec un petit marteau le point de la circonférence extérieure qui correspond à l'une des deux billes, elles partent en même temps, et vont se rencontrer au centre du cercle; d'où il résulte que le diamètre de l'anneau s'est raccourci dans les deux sens. Ce diamètre se rétablit ensuite, il y a

donc deux élatères, l'un en avant, l'autre en arrière; de plus, les deux extrémités du diamètre sont également comprimées, puisque les deux boules ont été chassées avec la même vitesse; elles doivent donc se rétablir avec la même force, et conséquemment les deux élatères sont égaux.

Dans les ouvrages consacrés à l'exposition des théories mathématiques, on ne parle généralement que de l'élatère en arrière du corps choquant et de l'élatère en avant du corps choqué, parce que les deux autres se détruisent, comme nous le verrons bientôt. Il me semble cependant qu'il seroit utile de faire mention de ces derniers, et même d'en démontrer l'existence. Car comment concevoir qu'il existe un élatère dans l'endroit où il n'y a pas de choc, tandis qu'il n'y en a pas dans l'endroit où le choc s'effectue.

Deuxième Principe.

92. *Chaque élatère égale le mouvement communiqué au corps choqué, ou le mouvement perdu par le choquant.*

Le mouvement perdu par le corps choquant fait naître la compression. L'élatère produit la restitution; mais dans les corps parfaitement élastiques, tels que nous les supposons ici, la force de restitution égale la force de compression; et conséquemment chacun des élatères égale le mouvement communiqué au corps choqué, ou le mouvement perdu par le choquant.

93. Il y a donc trois choses à considérer dans

chacun des corps élastiques après le choc. Lorsque les directions ne sont pas opposées, je trouve dans le corps choqué le mouvement communiqué, l'élatère en avant, l'élatère en arrière, et chacun de ces élatères égale le mouvement communiqué. Dans le corps choquant, je trouve le mouvement résidu, l'élatère en avant et l'élatère en arrière, et chacun de ces élatères égale le mouvement perdu. Si les directions sont opposées et les forces inégales, chacun des élatères est égal, 1°. au mouvement perdu dans le premier instant du choc, par la destruction des forces égales; 2°. au mouvement communiqué dans le deuxième instant par le plus fort, en vertu de l'excès de sa force sur celle du plus foible.

94. Il résulte de ces principes, que si deux corps élastiques égaux ou inégaux en masse viennent se choquer avec des vîtesses propres égales ou inégales, après le choc ils se séparent, et leur vîtesse respective est la même qu'avant le choc.

Car si les deux corps n'étoient pas élastiques, ou ils s'arrêteroient réciproquement, ou tous les deux marcheroient ensemble: la force élastique augmente la vîtesse du choqué, et diminue celle du choquant; donc la force élastique des corps, ou la force de restitution produit leur séparation après le choc, et donne ainsi naissance à leur vîtesse respective, tandis que la vîtesse respective avant le choc produit la force de compression; et comme la force de compression égale la force de restitution, il s'ensuit que la vîtesse respective est la même avant et après le choc.

Seconde expérience. Une bille d'ivoire A, suspendue à l'extrémité d'un des fils de la machine de Mariotte, est en repos. Une autre bille B, qui lui est égale en masse, descend par un arc de six degrés, et va conséquemment choquer la bille A avec une force comme 6. Après le choc la bille choquante demeure en repos à l'endroit du contact, et la bille choquée parcourt un arc de six degrés dans la partie opposée; d'où il résulte que le corps choqué a reçu une vîtesse égale à celle du corps choquant.

Par la supposition, la bille B va choquer la bille A, qui est en repos, et qui lui est égale en masse avec une force comme 6; donc elle doit lui communiquer une force comme 3. Si les billes n'étoient pas élastiques, elles marcheroient ensemble avec une force, et conséquemment une vîtesse comme 3. Voyons comment l'élasticité modifie cette loi. L'élatère en arrière du corps choqué est détruit par l'élatère en avant du corps choquant, à cause de leur égalité et de leur opposition : il reste donc dans le corps choqué le mouvement communiqué, qui est comme 3, et l'élatère en avant qui égale le mouvement communiqué. Le corps choqué doit donc se mouvoir avec une force comme 6 : force comme 6 sur une masse comme 1 produit une vîtesse comme 6; le corps choqué doit donc se mouvoir avec toute la vîtesse du corps choquant. L'élatère en avant du corps choquant a été employé à détruire l'élatère en arrière du corps choqué; il reste donc dans le corps choquant le mouvement résidu et l'élatère en arrière, qui se détruisent par rapport à leur oppo-

sition et à leur égalité; d'où il résulte que le corps choquant doit rester en repos.

Troisième expérience. Après avoir disposé dans la même ligne une file de billes élastiques, toutes contiguës les unes aux autres et de même masse, si on élève la première bille A par un arc de six degrés, et qu'on l'abandonne ainsi à elle-même, elle choque la bille B, et toutes les billes restent en repos, à l'exception de la dernière qui se détache de la file et qui parcourt un arc semblable à celui que la première bille avoit parcouru avant le choc.

La bille A mesure avant le choc un arc de six degrés: donc elle frappe la bille B, qui lui est égale en masse, avec une force comme 6: le mouvement communiqué est donc comme 3. Cela posé, l'élatère en arrière de la bille B est détruit par l'élatère en avant de la bille A; il reste donc à la bille B le mouvement communiqué $=3$, et l'élatère en avant $=3$: donc la bille B va frapper la bille C qui lui est égale en masse, avec une force comme 6. Le mouvement communiqué à la bille C est donc comme 3. L'élatère en arrière de cette bille est détruit par l'élatère en avant de la bille B; il lui reste donc l'élatère en avant $=3$, et le mouvement communiqué$=3$: la troisième bille C doit donc frapper la quatrième avec une force comme 6. Il est évident que la bille choquante doit toujours rester en repos après le choc, puisque son élatère en avant étant détruit par l'élatère en arrière de la bille choquée, elle se trouve toujours entre des forces égales et opposées, telles que le mouvement résidu et son élatère en arrière.

Quatrième expérience. Une bille d'ivoire est en repos; une autre bille d'ivoire ayant une masse double, descend par un arc de six degrés, et va par conséquent la choquer après avoir acquis une vitesse comme 6. Après le choc, la bille choquée parcourt un arc de huit degrés dans la partie opposée, et la bille choquante parcourt un arc de deux degrés dans le même sens.

Par la supposition, la bille choquante a une masse comme 2 et une vitesse comme 6, puisqu'elle parcourt avant le choc un arc de six degrés; donc elle choque la bille comme 1 en repos, avec une force comme 12, donc elle lui communique une force comme 4. Nous avons donc après le choc, dans la bille choquée, mouvement communiqué = 4, élatère en avant = 4, élatère en arrière = 4. L'élatère en arrière est détruit par l'élatère en avant du corps choquant, puisqu'ils sont égaux, opposés et agissans l'un sur l'autre à la faveur du point de contact. Donc il n'y a d'effectif dans le corps choqué que l'élatère en avant = 4, et le mouvement communiqué = 4; donc la bille choquée doit se mouvoir avec une force comme 8. Force comme 8 produit sur une masse comme 1, une vitesse comme 8. La bille choquée doit donc parcourir un arc de huit degrés. Dans le corps choquant, n'ayant aucun égard à l'élatère en avant qui est détruit, nous ne pouvons considérer que le mouvement résidu, qui est comme 8, et l'élatère en arrière qui est comme 4. Ces deux forces sont opposées. La bille ne peut donc se mouvoir qu'avec la différence de ces forces, c'est-à-dire avec une force comme 4, suivant la direction du

mouvement résidu. Force comme 4 produit vîtesse comme 2 sur une masse comme 2; d'où il résulte que la bille choquante doit parcourir un arc de deux degrés.

95. Jusqu'ici nous avons supposé la bille choquée en repos, ou mue avec moins de vîtesse, selon la direction de la choquante. Supposons à présent que les deux billes se meuvent avant le choc, selon des directions opposées, et faisons à des exemples de ce genre l'application de nos principes.

Cinquième expérience. On fait tomber deux billes égales en masse, l'une contre l'autre, par des arcs de six degrés chacun. Les deux billes se séparent après le choc, et remontent, chacune de son côté, par un arc de six degrés.

Par la supposition, les deux billes ont même masse et même vîtesse; elles tombent donc avec des forces égales qui se détruisent. La collision fait naître deux élatères dans chaque bille, dont chacun est égal au mouvement perdu 6; d'ailleurs les deux élatères en avant se détruisent; il ne reste donc que les élatères en arrière qui font remonter les billes chacune de 6 degrés du côté d'où elle est descendue.

96. Si les deux billes, au lieu de se choquer immédiatement, touchoient sur une troisième bille d'ivoire en repos, le même effet auroit lieu ; car leurs élatères en avant seroient détruits par ceux de la bille en repos, et leurs élatères en arrière les feroient remonter au point d'où elles seroient descendues. Enfin il en seroit de même si les billes choquantes étoient des corps durs; ce seroient alors les élatères de la bille d'ivoire qui les forceroient à remonter. Il importe

peu que la bille élastique ait été comprimée par le choc ou par un autre moyen, elle n'en chassera pas moins les deux obstacles, du moment où elle sera livrée à elle-même. C'est par là qu'on explique l'effet des ressorts dans les machines. Un ressort est attaché d'un côté à un point fixe; de l'autre à un corps mobile où tend ce ressort, et on le laisse agir. Il est clair que ces deux élatères agiront également sur le point fixe et sur le corps mobile; le premier détruira l'action exercée sur lui; le second seul sera poussé avec une force égale à l'intensité du ressort.

On explique de la même manière le recul des armes à feu. La chambre d'un canon contient une certaine quantité de poudre, et elle est fermée par un boulet qu'on suppose exactement du calibre de la pièce. Lorsqu'on met le feu à la poudre, une partie se convertit en fluides élastiques qui exercent leur ressort sur le boulet et le lancent à une grande distance. D'après ce que nous venons de dire, l'action de la poudre enflammée est la même sur le canon que sur le boulet : il doit donc y avoir un recul, mais bien moindre que celui du boulet, parce que la masse du canon est beaucoup plus grande, et que les obstacles qui gênent son mouvement sont aussi plus considérables. On augmente la portée du boulet en augmentant jusqu'à un certain point la longueur du canon, parce qu'alors une nouvelle quantité de poudre s'allume pendant le mouvement du boulet dans l'intérieur de la pièce, et accélère son mouvement. Il est clair que la même cause fait aussi augmenter le recul.

Les exemples précédens sont plus que suffisans pour familiariser avec la méthode que nous avons suivie; il en faudroit encore plusieurs pour déduire de l'expérience l'explication de tous les phénomènes qu'embrasse le choc des corps élastiques. La note suivante renferme une formule qui les comprendra tous.

NOTE.

Soient deux corps élastiques A et B, dont les masses sont M, m, et les vîtesses V, v, leurs forces seront MV, mv; si on les suppose dénués de ressort, leur vîtesse commune après le choc sera $\frac{MV \pm mv}{M + m}$, et leurs quantités de mouvement, dans le sens du mouvement de A; seront $\frac{MV \pm mv}{M + m} \times M$, et $\frac{MV \pm mv}{M + m} \times m$. Il suit de là que le mouvement perdu, toujours dans le même sens, par le corps A, est

$$MV - \frac{MV \pm mv}{M + m} . M = M \times \frac{mV \pm mv}{M + m},$$

qui est égal à chacun des élatères des deux corps. L'élatère en avant du corps choquant, étant détruit par l'élatère en arrière du corps choqué, le premier n'a plus que son mouvement résidu, diminué de son élatère en arrière, c'est-à-dire une force égale à

$$M \times \frac{MV \pm mv}{M + m} - M \times \frac{mV \mp mv}{M + m} = M \times \frac{MV \pm 2mv - mV}{M + m};$$

d'où il résulte que si nous exprimons par x la vîtesse du corps A après la collision, dans la direction qu'il avoit auparavant, on aura

$$x = \frac{MV + 2mv - mV}{M + m} = \frac{(M - m)V \pm 2mv}{M + m}.$$

Représentons par y la vîtesse de B après la collision; la force qui sollicite ce corps égale le mouvement acquis $\frac{MV \pm mv}{M+m} \times m$, plus l'élatère en avant $\frac{mV \mp mv}{M+m}$. On aura donc pour cette force, $m \times \frac{2MV \pm mv \mp Mv}{M+m}$; d'où il résulte que

$$y = \frac{2MV \pm mv \mp Mv}{M+m} = \frac{2MV \mp (M-m)v}{M+m}.$$

Nous allons tirer de cette formule plusieurs importans résultats qui serviront à généraliser les expériences dont il a été question dans cet article.

Si le corps B est en repos, $v=0$, et on aura seulement

$$x = \frac{(M-m)V}{M+m}, \quad y = \frac{2MV}{M+m}.$$

La valeur de y étant toujours positive, il est visible que B se dirigera dans le sens du mouvement de A. Quant à la vîtesse de A, elle dépend du rapport de M à m; or il peut arriver trois cas : 1°. $M > m$, la valeur de x est positive, ce qui indique que les deux corps vont dans le même sens. 2°. $M = m$, on a alors $x=0$, $y=V$; d'où il résulte que le corps choquant reste en repos et donne toute sa vîtesse au corps choqué. 3°. $M < m$, ce qui donne x négatif; et conséquemment le corps A retourne en arrière.

Si les deux corps vont dans le même sens, il faut prendre les signes supérieurs, et l'inspection seule de la formule fait voir : 1°. que le corps choqué se meut avec plus de vîtesse après le choc; 2°. que le corps choquant reste en repos, continue son mouvement dans la même direction, ou bien revient sur lui-même, suivant que $MV + 2mv$ est égal, plus grand ou plus petit que mV. Il y a ici un cas remarquable; c'est que lorsque les masses sont égales, la supposition de $M = m$ donne $x = \frac{2mv}{2m} = v$, $y = \frac{2MV}{2M} = V$: ce qui fait voir que

les deux corps échangent leurs vîtesses, et continuent ensuite à se mouvoir dans la même direction.

Si les deux corps viennent à la rencontre l'un de l'autre, on prend les signes inférieurs. En supposant les masses et les vîtesses égales, on a $x = -V$, $y = +v$: les deux corps retournent donc sur leurs pas avec la vîtesse qu'ils avoient avant le choc. Il en est de même toutes les fois que $MV = mv$; car dans cette hypothèse $x = \frac{-mV - mv}{M + m} = -V$, et $y = \frac{MV + Mv}{M + m} = +v$. Quant à la direction du mouvement des deux corps dans tous les autres cas, elle est déterminée par les signes des valeurs de x et de y.

CHAPITRE II.

Du Mouvement composé.

Jusqu'ici il n'a été question que du mouvement simple, c'est-à-dire de celui qui est déterminé par une seule impulsion. Nous allons nous occuper à présent du mouvement composé, c'est-à-dire de celui que font naître plusieurs forces qui agissent ensemble sur un même corps.

Le mouvement composé est soumis à des lois particulières dont la nature de cet Ouvrage commande l'exposition.

Première Loi.

97. *Si deux forces quelconques agissent ensemble sur un même corps suivant la même direction, elles engendrent une force composée qui égale en grandeur*

et en direction la somme des forces composantes. Cette force composée, ou la ligne qui la représente, porte le nom de résultante.

Deuxième Loi.

98. *Si deux forces égales et directement opposées agissent ensemble sur un même corps, la résultante est nulle, et conséquemment le corps doit rester en repos. Si les forces sont inégales, le corps doit se mouvoir avec la différence de ces forces dans le sens de la plus grande.*

Troisième Loi.

99. *Si deux forces quelconques agissent ensemble sur un même corps, suivant des directions angulaires, la résultante égale en grandeur et en direction la diagonale du parallélogramme construit sur les directions de ces forces.*

Les physiciens se sont étudiés à établir par expérience ces trois lois de la nature.

La première devient sensible à l'aide de la machine de Mariotte, lorsque de trois boules de terre glaise, égales en masse, une est en repos, tandis que les deux autres élevées, du même côté à différentes hauteurs, vont la choquer directement.

On reconnoît l'existence de la seconde loi lorsque dans la même machine on abandonne au même instant à l'action de la pesanteur deux boules de terre glaise égales en masse, élevées à la même hauteur dans des sens opposés.

Enfin la troisième loi se manifeste si l'on frappe avec

avec deux marteaux et sous différens angles, une bille d'ivoire suspendue en l'air et posée sur un tapis. On la voit toujours décrire la diagonale, sauf les inexactitudes que font naître la résistance de l'air et celle des frottemens.

Mais, il faut l'avouer, ces sortes de preuves expérimentales ne sont pas très-satisfaisantes; et c'est ici surtout que le physicien sent le besoin d'emprunter le secours de la géométrie pour établir des principes dont l'explication d'un grand nombre de phénomènes suppose la connoissance. On trouvera dans la note qui termine ce chapitre une démonstration rigoureuse des lois du mouvement composé.

100. Si l'on observe avec soin la nature, il est aisé de voir que lorsque les poissons, les oiseaux, les reptiles veulent aller en avant, leur mouvement est toujours précédé de deux coups de queue fortement frappés en sens contraires. Le corps prend un mouvement composé de ces deux impulsions; il ne va ni à droite ni à gauche, mais dans une direction qui tient le milieu entre l'une et l'autre.

101. L'usage a appris au batelier qui veut traverser une rivière, qu'il doit la remonter obliquement, et la remonter d'autant plus, que son courant est plus rapide. En agissant de cette manière, son bateau participe au mouvement qu'il lui imprime obliquement au fil de l'eau, et au mouvement que le courant lui communique; et c'est ainsi qu'il arrive au point où il veut aboutir sans paroître s'y diriger.

102. C'est sur le principe de la composition des forces qu'est fondé le mécanisme de tous les vols

obliques dont les grands spectacles nous offrent assez souvent l'exécution.

103. Un noyau pressé obliquement entre les doigts, s'en échappe avec vitesse, et va, par un mouvement composé, frapper le but vers lequel il est dirigé.

104. Ce qu'on jette par la portière d'une voiture en mouvement, ou sur le rivage quand on est dans un bateau emporté par le courant, n'arrive jamais au but qu'on s'est proposé, si l'on ne considère que la seule impulsion du bras. Outre celle-ci, il faut avoir égard au mouvement de la voiture ou du bateau, qui est commun au mobile et à la main : aussi lorsqu'on saute hors d'un carrosse ou d'un bateau en mouvement, faut-il s'attendre à tomber au-dessous de l'endroit qu'on a vis-à-vis de soi à l'instant même qu'on s'élance.

NOTE.

Lorsque plusieurs forces sont appliquées à un point physique, ou ce point reste en repos, ou il prend du mouvement; dans ce dernier cas, comme il ne peut aller par plusieurs chemins à la fois, il doit nécessairement se mouvoir dans une seule direction, de même que s'il étoit poussé dans cette direction par une force déterminée; c'est cette force unique agissant sur le point d'application, comme tout le système, qui se nomme *résultante*.

Deux forces appliquées en deux points différens ont une résultante toutes les fois que leurs directions prolongées se coupent en un point : car on peut prendre pour point d'application d'une force, l'un quelconque de ceux de sa direction; les deux forces peuvent donc être considérées comme appliquées au point de concours, et par conséquent elles ont une

résultante. Mais si les deux forces qui sollicitent un corps n'étoient pas situées dans le même plan, elles ne pourroient pas être considérées comme destinées à mouvoir le même point, ni conséquemment avoir une résultante unique. On voit par là qu'on ne peut pas toujours avoir la résultante de plusieurs forces proposées; le problème de la composition des forces consiste à la trouver toutes les fois que cela est possible.

Les forces étant des quantités susceptibles d'augmentation ou de diminution, on peut les représenter par des nombres ou par des lignes; nous les désignerons par une partie de leur direction.

Deux forces agissant dans une même droite, et dirigées dans le même sens, équivalent à une seule force égale à leur somme: car les deux forces tendant à produire le même effet, doivent s'ajouter l'une à l'autre.

Deux forces égales agissant dans la même ligne, mais dans des directions opposées, se détruisent, de sorte que leur point d'application reste en repos: car ce point ne peut pas obéir à l'une des forces plutôt qu'à l'autre.

Il suit de là que si l'on applique une force égale et directement opposée à la résultante d'un système de forces, l'équilibre sera établi, puisque la résultante, qui équivaut elle seule à toutes les forces, se trouve détruite.

Si deux forces inégales sont directement opposées, la plus grande pourra être décomposée en deux autres: l'une égale à la plus petite, et l'autre égale à la différence des deux forces; mais la première est détruite par la plus petite force; le point d'application sera donc mu dans la direction de la plus grande force avec la différence des deux forces.

Deux forces étant appliquées en un point, selon des directions qui forment un angle, leur résultante est dans le plan des deux forces; car il n'y a pas de raison pour que le point d'application s'écarte du plan plutôt d'un côté que de l'autre. De plus, la résultante est comprise dans l'angle des deux forces; car le point d'application ne peut se mouvoir ni dans l'espace qui est au-dessus d'une des forces, ni dans

celui qui est au-dessus de l'autre, il ne peut donc se mouvoir qu'entr'elles. Quant à la direction exacte de la résultante, on ne peut la déterminer *à priori* que dans un seul cas, c'est celui où les deux forces sont égales; la résultante doit alors diviser en deux parties égales l'angle des composantes: car si le point d'application pouvoit se mouvoir dans une autre direction que celle que nous lui assignons, on pourroit concevoir, de l'autre côté de la ligne qui divise en deux parties égales l'angle des forces, une ligne placée par rapport aux deux forces, de la même manière que la résultante; elle seroit donc aussi la résultante des deux forces, d'où il suit que le point d'application pourroit se mouvoir par deux chemins différens, ce qui est absurde.

Cherchons maintenant la résultante de deux forces situées dans le même plan: il y a deux cas à considérer; celui où les forces sont parallèles, et celui où elles sont obliques; on peut commencer par résoudre l'un et en tirer la solution de l'autre: le premier, dont nous nous occuperons, sera celui des forces parallèles.

Soient P et Q (fig. 4), deux forces parallèles appliquées aux points A et B de la droite AB; prolongeons cette ligne de part et d'autre, et supposons appliquées en A et en B deux forces M, N égales et directement opposées; elles se détruiront, et conséquemment ne changeront point la résultante du système. Les deux forces M et P ont une résultante S placée dans l'angle MAP; les forces Q et N ont de même une résultante T dans l'angle NBQ; d'ailleurs les deux forces S et T ne sont pas parallèles; donc étant prolongées, elles se rencontreront en un point D. Par ce point menons M'N' parallèle à MN, et DQ' parallèle aux directions des forces P et Q. Les angles SDQ', SDM' sont égaux aux angles SAP, SAM, comme correspondans; donc la force S appliquée en D peut être décomposée en deux autres M', P', dirigées suivant DM', DQ' et égales aux forces M et P. Par une raison semblable, la force T appliquée au point D, peut être décomposée en deux autres N', Q' égales à N et Q, et dirigées

selon DN′, DQ′. Les forces M′, N′, se détruisent, puisqu'elles sont égales et directement opposées; tout le système se réduit donc aux deux forces P′, Q′, qui sont égales à P et Q ou à la force P + Q, dirigée selon DQ′, d'où il résulte que la résultante de deux forces parallèles est égale à leur somme, et que sa direction est parallèle aux composantes et située entre elles.

Si les deux forces P, Q (fig. 4) sont égales, prenons les deux forces arbitraires M, N égales aux composantes; la résultante S des deux forces égales M, P partage en deux parties égales l'angle MAP; mais ADC = SAP comme correspondans, et DAC = SAM comme opposés au sommet: ainsi l'angle DAC = ADC et le triangle CAD est isocèle, ensorte que AC = CD. De même les forces N et Q étant égales, les angles QBT, TBN le sont aussi, et on démontreroit facilement que CD = CB, donc AC = CB, c'est-à-dire, que la résultante de deux forces parallèles égales rencontre la droite d'application en un point également éloigné des directions des deux forces.

Il suit de là que l'on peut toujours décomposer une force en plusieurs autres qui lui soient parallèles, pourvu qu'elles soient deux à deux égales et à la même distance de la force proposée, et que leur somme soit égale à cette force.

Je dis maintenant que la résultante de deux forces parallèles partage leur droite d'application en parties réciproquement proportionnelles aux forces.

Supposons d'abord que les forces P, Q (fig. 5) soient commensurables, partagez AB au point H en parties qui leur soient directement proportionnelles, c'est-à-dire, telles que..... P : Q :: AH : BH; prolongez de plus la ligne AB de part et d'autre, et prenez AG = AH et BI = BH. Les lignes AH, BH proportionnelles aux forces P, Q, sont commensurables; donc les lignes doubles GH, HI le sont aussi, et par conséquent on peut partager la ligne GI en parties, telles que GH et HI, en contiennent chacune un nombre entier. Au milieu de chacune des parties dont GH est composée, supposons appliquées des

forces égales parallèles à AP, et dont la somme soit P, elles feront le même effet que la force P; de même, substituons à la force Q d'autres forces égales entr'elles et parallèles à BQ, appliquées au milieu des différentes divisions de la ligne HI, et dont la somme soit égale à Q: la force appliquée au milieu de chaque division de GH est égale à P divisé par le nombre des parties contenues dans cette ligne; la force appliquée au milieu de chaque division de HI égale Q divisé par le nombre des parties contenues dans HI; conséquemment la première force est à la seconde comme $\frac{P}{GH} : \frac{Q}{HI}$, ou comme $\frac{P}{AH} : \frac{Q}{BH}$; mais ces deux dernières quantités sont égales: donc il en est de même de toutes les forces partagées sur la ligne GI: de plus, il est évident que toutes ces forces sont deux à deux à égale distance du milieu de GI; ainsi leur résultante passe par ce point. Soit C le point milieu de la ligne GI, par lequel doit passer la résultante, on aura $CG = \frac{1}{2}GI = AB$, et en retranchant de part et d'autre la partie commune AC, il reste $BC = AG = AH$; de même $CI = AB$, et en retranchant BC des deux membres, on a $AC = BI = BH$; mais par construction $P : Q :: AH : BH$, donc aussi $P : Q :: BC : AC$: d'où l'on voit que la résultante de deux forces parallèles commensurables partage la droite d'application en parties réciproquement proportionnelles à ces forces.

Supposons maintenant que les forces P et Q (fig. 6) soient incommensurables, et prenons le point C tel que $P : Q :: BC : AC$, ce sera le point d'application de la résultante; car si cela n'a pas lieu, elle passera d'un côté ou d'un autre de ce point: supposons d'abord qu'elle passe en G entre le point C et le point A. Partageons AB en parties assez petites pour qu'il y ait un point de division I entre G et C; les lignes AI, IB sont commensurables; donc si on suppose une force Q′ appliquée en B suivant BQ, et telle que $P : Q' :: BI : AI$, la résultante des forces P et Q′ passera par le point I. Le rapport de AI à IB étant plus petit que celui de AC à BC, il en résulte que Q′ est plus petit que Q; ainsi à la place de Q

on peut substituer deux forces, l'une égale à Q', et l'autre à Q — Q' : la résultante de P et de Q' passe par le point I et est parallèle à BQ ; il ne nous reste donc qu'à composer cette force avec Q — Q'; leur résultante, qui est aussi celle des forces P et Q, passera entre le point I et le point B ; ce qui est absurde, puisque son point d'application est en G ; donc la résultante des forces proposées ne peut passer entre le point C et le point A : on prouveroit de même qu'elle ne peut passer entre C et B; donc elle passe par le point C, et par conséquent l'énoncé ci-dessus a encore lieu lorsque les forces sont incommensurables.

Après avoir démontré la composition des forces parallèles, nous allons passer à celle des forces obliques, et nous supposerons d'abord, qu'elles agissent perpendiculairement l'une à l'autre.

Soient P, Q (fig. 7) les deux forces orthogonales proposées, et R la résultante dont nous cherchons à déterminer la grandeur et la direction. Je mène la ligne $p'q'$ perpendiculaire à la direction de la résultante, qui rencontre les directions des composantes en D et en B. La force P appliquée en D peut se décomposer en deux autres p', p. La première dirigée selon Dp', et la seconde parallèle à AR ; de même Q se décompose en q, q'; la première parallèle à R, et la seconde dirigée suivant Bq'. Les deux forces opposées p', q' doivent se détruire pour que la résultante du système soit parallèle aux forces p, q. Il ne nous reste donc que ces deux forces à considérer. Les deux forces P et Q font avec leurs composantes les mêmes angles que R fait avec P et Q ; donc le rapport de ces deux forces à leurs composantes est le même que celui de R à P et à Q, ensorte qu'on a...... $p : P :: P : R$, et $q : Q :: Q : R$, ou bien $p = \frac{P^2}{R}$, $q = \frac{Q^2}{R}$; mais la résultante R est égale à la somme des forces p et q; donc $R = \frac{P^2 + Q^2}{R}$, ou $R^2 = P^2 + Q^2$. Cette équation fait connoître la grandeur de la résultante. Pour avoir sa position,

j'observe que la résultante R doit partager la ligne d'application BD en parties réciproquement proportionnelles aux deux forces p, q; ainsi $p : q :: BC : DC :: \overline{AB}^2 : \overline{AD}^2$; et comme... $p : q :: P^2 : Q^2$, il en résulte que $\overline{AB}^2 : \overline{AD}^2 :: P^2 : Q^2$, et prenant la racine carrée de chaque terme $AB : AD :: P : Q$. Le triangle rectangle ABD donne $\frac{AB}{AD} = \text{tang}\,ADB = \text{tang}\,RAQ$; donc $\text{tang}\,RAQ = \frac{P}{Q}$; ce qui détermine la position de la force R.

Représentons les forces P, Q par les parties AF, AE de leurs directions, et construisons sur ces lignes le rectangle AEGF dont la diagonale est AG. La tangente de l'angle GAE est $\frac{GE}{AE} = \frac{P}{Q}$; donc la diagonale du rectangle se confond avec la direction de la force R; de plus

$$\overline{AG}^2 = \overline{GE}^2 + \overline{AE}^2 = P^2 + Q^2 = R^2;$$

par conséquent la résultante de deux forces perpendiculaires est représentée en grandeur et en direction par la diagonale du parallélogramme construit sur les lignes qui les représentent.

La même chose a lieu pour deux forces de direction quelconque P, Q (fig. 8); car ayant construit le parallélogramme PQ sur les lignes AP, AQ qui représentent ces forces, je mène PC, QE perpendiculaires à la diagonale AR, et j'achève les rectangles BC, DE. La force AP équivaut aux deux forces AB, AC, et la force Q aux deux forces AD, AE; mais il résulte de l'égalité des triangles ACP, REQ que $BA = AD$; comme ces deux forces sont directement opposées, elles se détruisent, et il ne reste plus que AE et AC qui agissent dans la même direction : les mêmes triangles nous donnent encore $AC = ER$; donc $AC + AE = R$; et la résultante est représentée par la diagonale du parallélogramme APRQ.

CHAPITRE III.

Du Choc oblique.

105. Le choc oblique a lieu toutes les fois que la direction du mouvement d'un corps ne passe pas par le centre de gravité de celui qu'il rencontre. Tous les problèmes qu'on peut proposer sur ce sujet, se résolvent par les principes déjà exposés, à l'aide d'une simple décomposition de forces.

106. Nous appelons *angle d'incidence*, celui que fait la direction du mouvement d'un corps qui approche d'un autre, avec une perpendiculaire à cet autre, menée par le point où se fait le choc.

107. Nous nommons *angle de réflexion*, celui que fait la direction du mouvement d'un corps après le choc avec cette même perpendiculaire.

108. Un corps dur P (fig. 9) vient frapper obliquement un plan inébranlable FG, suivant la direction P*a*. Cherchons quel sera son mouvement après le choc.

Supposons que la force avec laquelle le corps P choque le plan inébranlable, soit représentée par une partie P*a* de sa direction, et construisons le rectangle PC*a*B, la force P*a* se décompose en deux B*a*, C*a*. La première est détruite par le choc, et la seconde n'en reçoit aucune altération : la bille une fois parvenue en *a* doit donc continuer à se mouvoir selon *a*E, de sorte que l'angle de réflexion est nul.

109. Si le corps P étoit élastique, la force B*a* qui contribue seule au choc, seroit de même détruite par la résistance du plan, mais elle feroit naître deux élatères dans le corps choquant; l'un en avant qui seroit détruit; l'autre en arrière, égal au mouvement perdu, et qui, conséquemment, tendroit à tirer le corps vers B, avec une force *a*B. D'ailleurs la force C*a* parallèle au plan, ne souffre point du choc; elle tend à porter le corps vers E avec une force *a*E. Le corps P se mouvra donc après le choc, avec une force représentée en grandeur et en direction par la diagonale *ap* du rectangle *a*E*p*B. Les triangles rectangles égaux P*a*B, *pab* donnent P*a*=*pa*, et l'angle B*ap*=B*a*P; donc lorsqu'un corps élastique vient frapper un plan résistant, il fait un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, et se meut après le choc avec la même vitesse qu'il avoit avant.

110. Si le corps élastique tomboit sur une surface courbe, il faudroit mener un plan tangent à l'endroit du choc, et le résultat seroit le même. Cette remarque est importante, car elle sert de base à une partie de l'optique.

111. Supposons maintenant (fig. 10) que le corps choqué soit mobile : P est un corps qui vient en frapper un autre de même masse Q, selon la direction et avec la force PA. Le corps P étant rendu en A, menons une ligne BD, et achevons le rectangle PABG. La force du corps P se décompose en deux autres; l'une BA qui lui fait choquer directement le corps Q; l'autre GA qui ne contribue point au choc. Si les deux corps sont privés de ressort, la

force BA se partagera également entr'eux, et ils tendront vers q avec une force $AD = \frac{1}{2} AB$. Le corps Q obéit à cette force, mais le corps P est de plus sollicité vers E par la force $AE = CA$. Il se mouvra donc dans la direction et avec la force Ap, diagonale du rectangle construit sur AE et AD.

Si les deux corps étoient élastiques, le corps P céderoit toute la force AB au corps Q (Voyez la seconde expérience du choc direct des corps élastiques) qui se mouvroit avec cette force, tandis que le corps P seroit animé par la force CA.

112. Lorsque le corps choquant est plus petit que le corps choqué, il recule après le choc. Soit P (fig. 11), un corps élastique qui va frapper un corps Q dont la masse est double avec la force et la direction PA; en faisant la même construction qui a été faite plus haut, il est clair que le corps P est porté vers E en vertu de $AE = CA$, et que de plus, il choque le corps Q avec la force BA. Cette force se partage d'abord proportionnellement aux masses, de sorte que P conserve $\frac{1}{3}$ BA, et que Q acquiert $\frac{2}{3}$ BA; mais comme les corps sont élastiques, il faut faire attention à leurs élatères; le corps P reculera donc suivant AB avec une force égale à $\frac{1}{3}$ BA, et le corps Q s'avancera selon Qq avec une force égale à $\frac{4}{3}$ BA. Combinant la force AD avec la force AE, on voit que le corps P sera sollicité par une force égale à la diagonale Ap du rectangle $ApED$.

CHAPITRE IV.

Du Mouvement curviligne.

113. Un corps mis en mouvement ne peut abandonner la direction rectiligne, s'il n'y est contraint par une nouvelle impulsion. Après cette nouvelle impulsion, le mouvement devient composé; des deux il en naît un troisième, qui est aussi en ligne droite : d'où il résulte qu'un corps ne peut se mouvoir en ligne courbe, s'il n'est animé à chaque instant par une nouvelle impulsion. On ne peut, en effet, réduire une courbe à des lignes droites, à moins qu'elle ne soit conçue, divisée en parties infiniment petites. Le mouvement curviligne n'est donc autre chose qu'une suite non interrompue de mouvemens en lignes droites formant entr'elles des angles très-obtus.

114. Si un corps est animé par une force uniforme et constante, que nous appelons force *projectile*, et qu'il soit continuellement poussé ou attiré vers le même centre par une force, que nous nommons force *centrale* ou *centripète*, il décrit une courbe; et dans tous les points il fait effort pour s'écarter de cette courbe, selon la direction de la courbure, c'est-à-dire, de la tangente à la courbe.

1°. Soit un corps animé par la force projectile AB (fig. 12), et sollicité continuellement par une force dirigée vers le centre C, il ne peut suivre la direction

d'aucune de ces forces; il doit se mouvoir le long de AF diagonale du parallélogramme construit sur leurs directions; et s'il ne recevoit aucune autre impulsion, il continueroit son mouvement suivant la même direction. Mais par la supposition la force centrale ne cesse d'agir : donc après avoir parcouru AE, partie infiniment petite de la diagonale AF, le corps reçoit une nouvelle impulsion suivant la direction EC : donc il doit se mouvoir le long de EG, jusqu'à ce que la force centrale renouvelle son action; et comme cette force donne une nouvelle impulsion à chaque instant infiniment petit, il en résulte que le corps est forcé de décrire une suite de diagonales infiniment petites AE, ED, DI, etc., inclinées les unes aux autres, et qui sont conséquemment les élémens d'une courbe.

2°. Si la force centrale cessoit d'agir, le corps continueroit son mouvement en ligne droite le long de la tangente, parce que le mouvement d'un corps est naturellement rectiligne, n° 74 : d'où il résulte que si le corps décrit une courbe, il fait à chaque instant effort pour s'échapper par la tangente; cet effort est connu sous le nom *de forge centrifuge.*

Expérience. On imprime un mouvement circulaire à un portant qui a au milieu de sa longueur un réservoir rempli d'eau, et aux parties latérales duquel on a mastiqué deux tuyaux de verre inclinés à l'horizon, et renflés vers les extrémités. L'expérience fait voir que l'eau contenue dans le réservoir mu circulairement, fait des efforts violens pour se mouvoir le long de la tangente, et que ses molécules ne pouvant

vaincre l'obstacle qui s'y oppose, s'élancent avec impétuosité du réservoir, par les tuyaux, jusques dans les deux globes qui les terminent.

La nature nous offre sans cesse des phénomènes de ce genre.

1°. Lorsqu'on fait circuler une pierre dans une fronde, la pierre se meut en vertu d'une double impulsion. Elle est animée en même temps par la force centrale qui l'attire vers la main qu'on peut regarder comme le centre du cercle décrit. De plus, la pierre fait continuellement effort pour se mouvoir le long de la tangente : car du moment qu'on lâche la fronde, la pierre s'échappe par la tangente de la courbe qu'elle décrivoit auparavant.

2°. Les roues des voitures roulant sur un terrain boueux, entraînent, dans leur mouvement rapide, des matières étrangères, dont l'adhérence à la roue est beaucoup moindre que la force centrifuge qui les anime : aussi cèdent-elles promptement à l'impulsion de cette force qui les sollicite à s'échapper par la tangente.

3°. Les soleils qu'on fait paroître dans les feux d'artifice, deviennent plus grands et plus beaux par leur mouvement de rotation. La poudre enflammée se répand de toutes parts par une infinité de tangentes, et forme un plan beaucoup plus étendu qu'il ne pourroit être, si elle brûloit sans circuler.

4°. La force centrifuge qui anime les corps mus circulairement, a été employée avec avantage à la construction de plusieurs pompes, des soufflets de forge, des cribles imaginés pour nettoyer le blé.

Le ventilateur de Désaguillers, destiné à renouveler l'air de la chambre d'un malade, est encore une application ingénieuse et utile de la force centrifuge.

115. Quelque courbe qu'un mobile décrive, les aires décrites par son rayon vecteur, c'est-à-dire par la ligne menée du centre au point de la courbe où se trouve le corps, sont proportionnelles aux temps; réciproquement, si les aires tracées par le rayon vecteur, autour d'un point fixe, croissent comme les temps, la force qui sollicite le corps est constamment dirigée vers ce point.

1°. Si un mobile reçoit une impulsion dans la direction A*x* (fig. 13), et qu'il parcoure d'abord AB; dans le moment suivant, la force centrale dirigée vers le point S, lui fait parcourir B*c* dans le même temps qu'il auroit parcouru BC = AB : le rayon vecteur AS décrira donc au premier instant ASB; et dans un temps égal à ce premier, il décrira l'aire BS*c*. Or, le triangle ASB est égal en surface au triangle BS*c*; car le triangle ASB est égal en surface au triangle BCS, puisque ces deux triangles ont des bases égales AB, BC, et une hauteur commune AS; mais le triangle BCS est égal en surface au triangle B*c*S à cause de la base commune BS, et de C*c* parallèle à BS : donc le triangle ASB est égal en surface au triangle B*c*S, et conséquemment les aires décrites par le rayon vecteur d'un corps qui décrit une courbe sont proportionnelles aux temps.

2°. Si les aires tracées par le rayon vecteur autour d'un point fixe, croissent comme les temps, la force

qui sollicite le corps est constamment dirigée vers ce point. Car le triangle BSc n'est égal en surface au triangle ABS que parce que Cc est parallèle au rayon BS. De plus, d'après les lois du mouvement composé, Cc doit être parallèle à la direction de la force qui, agissant en B, sollicite le corps à décrire la diagonale Bc. Cette force doit donc être dirigée selon le rayon BS, et conséquemment si les aires tracées par le rayon vecteur autour d'un point fixe croissent comme les temps, la force qui sollicite le corps est constamment dirigée vers ce point.

116. Si un corps est mu circulairement, la force centrale, de même que la force centrifuge, égale le carré de l'arc décrit divisé par le diamètre du cercle.

Soit le corps A (fig. 14) qui se meut dans un cercle, et qui décrit l'arc infiniment petit AB. AE est le diamètre du cercle, et en menant de l'extrémité E de ce diamètre, la ligne EBD, elle peut être regardée comme parallèle à EA. AD est la tangente de l'arc AB, et IB en est le sinus. Cela posé, la force centrale du corps A est mesurée par le sinus verse AI de l'arc décrit, puisque ce sinus marque de combien le corps a été précipité au-dessous de la tangente AD. La force centrifuge est exprimée par BD, puisque cette ligne exprime de combien le corps s'écarteroit de la courbe, s'il obéissoit à l'impulsion de la force projectile AD; or BD égale AI, puisque AE peut être regardé comme parallèle à DE, et que AD est parallèle à IB : de plus, le sinus verse AI de l'arc AB égale le carré

de

de cet arc divisé par le diamètre ; donc la force centripète et conséquemment la force centrifuge d'un corps mu circulairement, égale le carré de l'arc décrit divisé par le diamètre du cercle.

117. Il suit de là que la force centrifuge d'un corps mu circulairement, est toujours égale à sa force centripète. D'ailleurs ces deux forces sont directement opposées. Elles se détruisent donc à chaque instant. Cette destruction de forces n'engendre pourtant pas le repos, parce que la force accélératrice donne à chaque instant une nouvelle impulsion, et que la force centrale qui en résulte se combine avec la force projectile qui est constante pour faire renaître la force centrifuge.

118. Jusqu'ici nous avons considéré d'une manière générale les forces des corps qui se meuvent dans des courbes. Nous allons à présent les comparer entr'elles, et cette comparaison nous dévoilera des vérités intéressantes.

Les vîtesses des corps qui circulent, leurs masses et leurs distances au centre de mouvement, sont les seuls élémens qui entrent dans l'estimation des forces dont ces corps sont animés, et qui puissent conséquemment faire naître entr'elles une différence sensible. En comparant ces forces, ces trois causes de différence fixeront exclusivement notre attention.

119. Nous appelons *temps périodique*, celui que le mobile emploie pour faire, dans sa courbe, une révolution entière autour du centre.

120. Le temps périodique dépend évidemment de la vîtesse du mobile, et il est à l'égard de deux corps

qui se meuvent avec différentes vitesses dans la même courbe, en raison inverse des vitesses.

121. Si les temps périodiques sont égaux de même que les distances du centre, les forces centrifuges sont proportionnelles aux masses.

Pour rendre cette vérité sensible, on fait mouvoir circulairement un portant, au centre duquel aboutissent plusieurs tuyaux inclinés à l'horizon, qui renferment des fluides dont les volumes égaux pèsent inégalement. L'expérience fait voir que le fluide le plus pesant s'éloigne davantage du centre, et monte dans le tuyau à une plus grande hauteur que le fluide plus léger. Si on met dans ces tuyaux des solides avec des fluides, les solides plus légers que les fluides se rapprochent du centre, tandis que les solides plus pesans que les fluides, s'éloignent du centre. Ces effets dépendent visiblement de ce que les corps qui ont plus de masse sous le même volume, sont animés, en circulant, d'une plus grande force centrifuge.

122. Si les masses de deux corps sont égales, de même que les temps périodiques, leurs forces centrifuges sont comme les distances du centre.

Soient les deux corps égaux en masse A et B (fig. 15), qui se meuvent autour du centre C. La distance du corps A est AC, et celle de B est BC. Puisque les temps périodiques sont supposés égaux, les deux corps partant en même temps de A et de B, se trouveront dans le même instant, l'un en F, l'autre en I; et si l'on mène les deux tangentes de ces arcs AD et BH, les forces centrifuges seront

représentées par DF et HI; or, HI : DF :: BC : AC. Car CH : BC :: CD : AC ; donc CH — BC : BC :: CD — AC : AC, ou CH — BC : CD—AC :: BC : AC, ou HI : DF :: BC : AC.

123. Il suit de là que, sur les divers parallèles terrestres, la force centrifuge due au mouvement de rotation de la terre est proportionnelle aux rayons de ces parallèles, et conséquemment que de tous les corps placés sur la surface du globe terrestre, ceux qui sont à l'équateur ont la plus grande force centrifuge.

124. Si deux corps ayant même masse sont à la même distance du centre avec des vitesses inégales, leurs forces centrifuges sont en raison inverse des carrés des temps périodiques.

Car la force centrifuge d'un corps qui se meut dans un cercle, égale le carré de l'arc décrit divisé par le diamètre du cercle n° 116 ; mais par la supposition, deux corps égaux en masse se meuvent à la même distance du centre : donc les diamètres des cercles qu'ils décrivent sont égaux. Leurs forces centrifuges sont donc comme les carrés des arcs décrits. Les arcs représentent les vitesses : d'où il résulte que les forces centrifuges de ces corps sont comme les carrés des vitesses; et puisque les vitesses sont réciproques aux temps périodiques, n° 120, les forces centrifuges de deux corps ayant même masse et placés à la même distance du centre, sont en raison inverse des carrés des temps périodiques.

125. Si rien n'est supposé égal, les forces centrifuges sont en raison composée des masses, des dis-

tances du centre, et de l'inverse des carrés des temps périodiques. Nommant la force centrifuge d'un corps F, sa masse M, sa distance au centre D, le temps périodique T; la force centrifuge d'un autre corps f, sa masse m, sa distance au centre d, le temps périodique t, nous aurons.

$$F : f :: \frac{MD}{T^2} : \frac{md}{t^2}$$

126. Si les carrés des temps périodiques sont proportionnels aux cubes des distances, les forces sont en raison inverse des carrés des distances.

Car par la supposition, les carrés des temps périodiques sont proportionnels aux cubes des distances; donc substituant D^3 à la place de T^2, et d^3 à la place de t^2 dans la proportion précédente, nous aurons

$$F : f :: \frac{MD}{D^3} : \frac{md}{d^3} :: \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}.$$

C'est à Huyghens que nous devons de connoître ces vérités importantes qui ont conduit Newton à dévoiler les mouvemens des corps célestes, et à démontrer la loi de gravitation.

CHAPITRE V.

De l'Équilibre dans les machines.

PARAGRAPHE PREMIER.

Notions préliminaires.

127. On appelle *machine* tout instrument qui sert à transmettre l'action d'une force à un corps qui n'est pas dans sa direction. En général une machine est un instrument destiné à produire du mouvement, de manière à épargner ou du temps dans la production de l'effet, ou de la force dans la cause.

128. L'équilibre est un état de repos qui résulte de l'exacte égalité de deux forces qui se combattent.

129. Parmi les machines, il y en a sept que nous considérons comme simples; savoir, le lévier, la poulie, le tour, le plan incliné, la vis, le coin, et les cordes ou machines funiculaires. Cette simplicité est relative à la manière dont on envisage les machines : de là vient que certains physiciens en réduisent le nombre à cinq, d'autres à trois, etc. L'assemblage de plusieurs machines simples forme des machines composées dont le nombre est indéfini.

130. Une force ne peut agir dans une autre direction que la sienne, si quelque obstacle ne s'oppose

en partie au mouvement qu'elle tend à produire : il faut donc qu'il y ait dans une machine quelconque un ou plusieurs point d'appui.

D'après cela, il y a quatre choses à considérer dans une machine, 1°. la résistance : c'est une force qu'il s'agit de vaincre, ou à laquelle on veut faire équilibre; 2°. la puissance : c'est la force qu'on emploie pour vaincre la résistance, ou pour lui faire équilibre; 3°. le point d'appui; 4°. le centre de pesanteur.

De la Résistance.

131. Il y a autant de sortes de résistance qu'on peut se proposer d'objets dans la construction d'une machine. Tantôt c'est un poids qu'il faut élever, un bateau qu'on veut faire remonter contre le courant, une forte pression qu'on veut exercer; quelquefois, c'est la cohésion des molécules d'un corps qu'on veut surmonter; enfin il existe une autre sorte de résistance qui ne dépend point de l'effet qu'on veut produire, mais seulement de l'imperfection des machines. Tels sont, le frottement, la roideur des cordes, la résistance que les fluides opposent au mouvement des corps, etc.

De la Puissance.

132. Les puissances qu'on applique le plus ordinairement aux machines sont des poids, la force d'un fluide en mouvement, tel que l'eau, l'air, la vapeur aqueuse, le calorique; enfin la force des hommes ou des animaux.

133. Les poids s'appliquent avec avantage aux

machines, lorsqu'on veut seulement les mettre en équilibre, parce que la pesanteur qui les sollicite, présente une continuité d'effets ; mais il est rare qu'on emploie les poids pour soulever des fardeaux et pour produire des mouvemens un peu considérables, parce qu'il leur faut de trop grands espaces pour descendre, et qu'on est obligé de les remonter trop souvent.

134. A l'égard des fluides, ce n'est pas ici le lieu d'en parler. Il suffira de dire que quand ils agissent sur une surface qu'ils ont mise en mouvement, ils n'exercent plus sur elle qu'une force qui est environ la septième partie de leur force absolue (1). Parmi les fluides, l'eau courante présente l'avantage d'une continuité de mouvement, qui n'est due qu'à elle-même. Le vent qu'on emploie comme moteur dans un grand nombre de machines, n'a pas toujours la même intensité ; souvent son action diminue au point de s'évanouir entièrement ; enfin la vapeur aqueuse qu'on emploie comme moteur dans toutes les machines à feu, a une grande intensité d'effets.

135. Le plus souvent on emploie comme puissance, dans les machines, la force des animaux. Plusieurs physiciens se sont occupés avec quelque succès d'apprécier leurs efforts, et c'est particulièrement sur l'homme qu'ils ont fait de nombreuses expériences.

136. Lahire, considérant la force de l'homme par

(1) Voyez les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1704.

analogie avec ses efforts ordinaires, a obtenu les résultats suivans :

	kil.	liv.
Un homme moyen pèse.........	70—	143.
Il peut porter.................	75—	153,21.
Et il en résulte que les muscles de ses jambes portent.............	145—	296,21.
Il peut lever entre ses jambes....	50—	102,14.
La moitié de son corps pèse.....	35—	71,54.
Les muscles des lombes peuvent lever........................	85—	173,68.
L'homme pesant...............	70—	143.
Peut se suspendre par les bras avec un poids de....................	10—	20,42.
La force des bras est donc de.....	80—	163,43.

137. Ces résultats, quoique vrais et rigoureux, n'ont pour objet que des efforts momentanés; ils ne peuvent donc nous éclairer suffisamment sur la force de l'homme, employée comme puissance dans une machine. Il agit ici d'une manière continue. Pour apprécier son effort, il faut avoir égard à la nature et à la durée du travail.

Amontons a trouvé que 175,050 mètres (90 toises) ont été parcourus par deux porte-chaises chargés de 140 kil. (286 liv.) en 80 sec.

Un porte-faix chargé de 80 kil. (163,43 liv.) en 139 sec.

Un homme courant, en 25 sec.

Un tireur de chaise, traînant 150 kil. (306,43 liv.) en 86 sec.

Un cheval à une charrette, traînant 800 kil. (1634,30 liv.) en 112 sec.

Deux chevaux à un carrosse, sur le pavé, au pas, en 62 sec.

Idem, au trot, en 45 sec.

Un cheval portant un homme et une selle de 80 kil. (165,43 liv.) en 80 sec.

Idem, au grand pas, en 50 sec.

Deux hotteurs ont parcouru en 12 heures un espace de 475,684 mètre (242,932 toises) avec une charge de 15 kil. (30,643 liv.)

Un homme a élevé 12,5 kil. (25,53 liv.) à 72,5 mètre (37,026 toises) de hauteur, en 145 sec.

Deux chevaux attelés à une charrue, faisoient un effort de 75 kil. (153,215 liv.)

Un scieur de bois a donné 200 coups de scie avec un effort de 12,5 kil. (25,53 liv.) et une élévation de 0,7 mètre (2,149 pieds) en 143 sec.

138. Les physiciens ont tâché de rapporter la force des animaux à leur moment statique. On entend par moment statique, le poids élevé à 0,3247 mètre (un pied) de hauteur en une seconde.

D'où il résulte que le moment statique de l'homme qui a élevé 12,5 kilogr. (25,53 liv.) à 72,5 mètre (37,026 toises) de hauteur en 145 sec., seroit de 19,3 kilogr. (39,425 liv.)

Le scieur de long qui a donné 200 coups de scie de 0,7 mètre (2,149 pieds) d'élévation, avec un effort de 12,5 kilogr. (25,53 liv.), auroit élevé dans les 145 sec. 12,5 kil. à 140 mètres (71,83 toises)

de hauteur : donc le moment statique auroit été de 37 kil. (75,58 liv.)

139. Les physiciens qui se sont occupés de déterminer le moment statique de l'homme, ont obtenu des résultats différens.

Amontons l'estimoit de 18,75 kilogr. (36,30 liv.)

Daniel Bernoulli, de 27 kil. (55,15 liv.).

D'autres géomètres, de 25 à 30 kil. (51,72 à 61,28 liv.).

Desaguilliers, de 50 kil. (102,14 liv.).

Borda, de 36 kil. (73,54 liv.).

140. Il paroît, d'après les expériences de Lambert, que pour le même homme le moment statique varie en raison de son inclinaison. Il varie encore par la manière dont la force de l'homme est employée. L'emploi des forces de l'homme est beaucoup plus varié que celui des animaux. Ceux-ci ne sont occupés qu'à traîner ou à porter. L'homme peut porter, traîner, peser et faire des efforts musculaires, dont le résultat paroît inattendu. Desaguilliers rapporte plusieurs de ces efforts, dont le plus simple est de faire soulever un poids de 500 kil. (1021,43 liv.) à un homme d'une force moyenne, en suspendant le poids à une courroie fixée à la ceinture.

141. Pendant un temps très-court, mais continuellement renouvelé, l'homme ordinaire porte sur ses épaules un poids de 50 kil. (102,14 liv). Le soldat, en marche, est chargé de 12 kil. (24,52 liv.). Le cheval porte ordinairement 150 kil. (306,42 liv.), ce qui n'est que le triple du poids ordinaire que

porte l'homme. Trois hommes peuvent donc équivaloir à un cheval, lorsqu'ils sont employés à porter. Ils n'ont pas le même avantage lorsqu'ils tirent ou traînent avec une bricole. Desaguilliers compare la force d'un cheval à celle de cinq hommes. D'autres physiciens la comparent à celle de sept hommes. Sauveur a trouvé que le moment statique d'un cheval étoit de 262,5 kil. (536,23 liv.). Plusieurs physiciens le portent à 350 kil. (714,98 liv.).

142. Regnier a consigné, dans le cinquième cahier du Journal de l'Ecole Polytechnique, des expériences desquelles il résulte que la force moyenne de pression de l'homme avec ses deux mains étoit de 50 kil. (102,14 liv.); celle avec laquelle il peut soulever un corps, de 130 kil. (265,55 liv.), et celle avec laquelle il tire en marchant, 50 kil. (102,14 liv.). Comme la force moyenne du tirage du cheval est de 360 kil., il en résulte qu'elle est environ septuple de celle de l'homme.

143. Enfin Coulomb a publié une série d'expériences bien faites, sur les différentes manières d'employer la force de l'homme. Elles concourent à prouver que l'action journalière de l'homme marchant est de 3500 kil. (7150,02 liv.) élevé à 1 kilomètre (0,225 lieues.).

De l'homme chargé de 58 kil. (118,49 liv.) est de 2048 kil. (4183,34 liv.) élevé à la même hauteur.

De l'homme chargé de 44 kil. (89,89 liv.) est de 2166 kilogr. (4424,87 liv.). L'action utile est de 692,4 kil. (1414,49 liv.).

De l'homme montant un escalier à vide, est de 205 kil. (418,79 liv.).

Du même, chargé de 68 kil. (138,91 liv.) est de 109 kil. (222,67 liv.).

De l'homme menant une brouette, est de 1022 kil. (2087,82 liv.).

De l'homme frappant des pieux en tirant la sonnette d'un mouton, est de 75,2 kil. (154,24 liv.).

De l'homme frappant de la monnoie avec un mouton, est de 39,5 kil. (80,69 liv.).

De l'homme qui tire de l'eau, est de 71 kil. (145,04 liv.)

De l'homme qui meut une manivelle, est de 116 kil. (236,97 liv.).

De l'homme qui laboure, est de 110 kilogr. (224,72 liv.).

Ces résultats infiniment précieux à la science, font entrevoir qu'en multipliant les expériences de manière à avoir égard à la nature et à la durée du travail, on parviendra à déterminer avec exactitude la force que l'homme et les animaux emploient dans le service des machines.

Du Point d'appui.

144. Dans une machine, le *point d'appui* est un point fixe et inébranlable, pour résister à l'effort de la puissance et de la résistance. On peut regarder la *puissance*, la *résistance* et le *point d'appui* comme trois forces quelconques, dont les efforts réciproques se détruisent dans le cas d'équilibre.

Du Centre de gravité.

145. Tous les corps tendent à se précipiter vers le centre de la terre, en vertu de la pesanteur; cette

force n'agit pas seulement sur leur masse, elle exerce son action sur leurs plus petites parties; de sorte qu'on peut considérer toutes les molécules d'un corps comme sollicitées par des forces égales, dirigées vers le centre de la terre, et qui doivent être regardées comme parallèles, à cause de la distance immense de leur point de concours. Mais lorsque plusieurs forces parallèles sont appliquées à des points liés entr'eux d'une manière invariable, la résultante est égale à leur somme, et passe constamment par le même point; la résultante ou le poids du corps est donc égale à la somme de tous les petits poids, et passe toujours par le même point, que nous nommons pour cela *centre de pesanteur* ou *de gravité*.

C'est à Archimède qu'est due la découverte du centre de gravité; plusieurs habiles géomètres se sont occupés ensuite de déterminer sa position, soit dans les surfaces, soit dans les solides : *Euler*, considérant qu'elle ne dépend que de la figure des corps, nommoit ce point *centre d'inertie;* on peut aussi l'appeler *centre des Forces parallèles*.

146. La verticale qui passe par le centre de gravité se nomme *ligne de direction;* parce que c'est en effet la direction de la résultante, ou la ligne suivant laquelle le centre de gravité du corps tend à se précipiter vers la terre.

147. Pour empêcher un corps d'obéir à l'action de la pesanteur, il suffit d'appliquer à son centre de gravité une force égale et directement opposée à la résultante. Si le corps est suspendu librement en

plein air, le point d'appui pourra être considéré comme une force égale à celle de la pesanteur; mais pour que l'équilibre existe, il faut de plus qu'elle lui soit directement opposée; le corps oscillera donc jusqu'à ce que sa ligne de direction passe par le point d'appui; il sera alors entre deux forces égales et directement opposées, et l'équilibre sera établi. On voit que la même verticale passe par le point d'appui et le centre de gravité, ce qui fournit un moyen simple d'obtenir mécaniquement sa position.

On suspend par un de ses points le corps dont on veut connoître le centre de gravité; on marque la verticale qui passe par ce point, en la supposant prolongée dans l'intérieur du solide; on opère de même sur un autre point, et l'on a ainsi deux lignes, sur lesquelles doit se trouver le centre de gravité; leur intersection en fera connoître la position.

On peut encore mettre le corps en équilibre sur l'arête d'un prisme; alors le centre de gravité doit être dans le plan vertical mené par cette arête, pour que la ligne de direction passe par un des points d'appui. Si on répète la même chose dans trois positions différentes, on aura trois plans qui se couperont, puisque tous contiennent le centre de gravité, et leur intersection commune en déterminera la position.

148. Nous allons maintenant décrire quelques phénomènes, dont l'explication dépend des principes que nous venons d'exposer.

1°. Certains corps, posés sur un plan incliné,

roulent, tandis que d'autres ne font que glisser sur sa surface.

Si la ligne de direction du corps passe par sa base, c'est-à-dire, par la partie qui est en contact avec le plan incliné, la résistance de ce plan oblige la puissance qui agit sur lui obliquement, à se décomposer en deux forces, l'une perpendiculaire au plan, et l'autre parallèle, qui fait glisser le corps sur le plan incliné. Mais si la ligne de direction ne passe pas par la base, l'action de la pesanteur ne se décompose plus, elle est employée toute entière à faire tomber le corps vers la terre, en le faisant tourner autour de son point d'appui, de sorte qu'il roule le long du plan.

2°. Si l'on place sur deux règles, qui font un angle, et qui sont un peu élevées aux extrémités opposées à cet angle, un solide composé de deux cônes réunis par leurs bases, il roule sur ces règles et s'élève vers leur partie supérieure. Il semble d'abord contraire aux lois de la pesanteur, qu'un corps monte lui-même sur un plan incliné; mais les deux règles s'écartant continuellement l'une de l'autre, le solide s'appuie sur des points qui s'approchent de plus en plus des extrémités de son axe; d'où il résulte que son centre de gravité descend réellement, lorsqu'il paraît s'élever. On peut d'ailleurs s'assurer que la ligne de direction rencontre le plan des deux règles au-dessus des points de contact; d'où il suit que le solide doit se mouvoir vers le haut du plan.

3°. Les fameuses tours de Pise et de Bologne ont

une stabilité suffisante, quoique la première, élevée de 46 mètres (environ 142 pieds), soit inclinée de 5 mètres (environ 15 pieds); et que la seconde ait 3 mètres (environ 9 pieds) d'inclinaison, sur 43 mèt. (132 pieds de hauteur). L'architecte a su ménager tellement la disposition des parties, que les lignes de direction de ces tours passent par leurs bases, ensorte que l'inclinaison de la tour ne fatigue nullement ses fondations.

4°. C'est pour que sa ligne de direction passe par sa base, qu'un homme se penche en avant lorsqu'il porte un fardeau sur son dos, et qu'il se penche en arrière lorsqu'il le tient entre ses bras; dans sa situation habituelle, la position de son centre de gravité, situé entre l'os pubis et les fesses, fait que la ligne de direction de l'homme passe constamment par ses pieds.

5°. On conçoit facilement le mécanisme de ces petits hommes de bois, qui se tiennent dans toutes les positions où on veut les mettre : un contre-poids placé vers leurs pieds fait que leur centre de gravité coïncide avec le point d'appui. On construit aussi de petits automates creux; et on met un peu de mercure dans leur intérieur. Ce fluide passant des pieds à la tête, change la position de leur centre de gravité, et les force à cabrioler le long d'un escalier.

149. La détermination exacte du centre de gravité est d'une nécessité absolue dans toutes les questions relatives à l'équilibre ou au mouvement des corps; parce qu'on peut toujours regarder leur poids comme concentré dans ce point. La méthode que

que nous avons donnée ne peut être mise en usage que pour de très-petits corps; elle a d'ailleurs l'inconvénient que l'on ne peut y appliquer le calcul; nous croyons donc devoir, à l'aide de la géométrie, en donner une plus générale. La note suivante la renferme.

NOTE.

Nous supposerons que les corps sur lesquels on opère sont homogènes, c'est-à-dire, composés de parties également pesantes. Cette homogénéité n'existe pas dans la nature, mais la plupart des corps en approchent assez pour que cette supposition soit permise.

Si un corps homogène est composé de parties, disposées symétriquement deux à deux autour d'une ligne ou d'un plan; la somme des momens des parties situées d'un côté de cette ligne ou de ce plan, par rapport à la ligne ou au plan même, est égale à la somme des momens des parties situées de l'autre côté (*); donc le corps sera en équilibre autour de cette ligne ou de ce plan, qui par conséquent contiendra son centre de gravité. On voit aussi que si le corps étoit symétrique par rapport à un point, la somme des momens pris de ce point seroit nulle, et conséquemment il seroit le centre de gravité.

Il suit de là que le centre de gravité d'une ligne droite est au milieu de sa longueur, que celui d'un cercle ou de sa circonférence est au centre de sa figure, ainsi que celui d'une sphère ou de sa surface; que celui d'un parallélogramme ou d'un parallélipipède est au point où se coupent les diagonales menées par des angles opposés; il en est de même pour plusieurs autres figures.

Cherchons maintenant le centre de gravité d'un triangle ABC (fig. 16). Pour cela, je mène la ligne AD, du sommet A au point D, milieu de la base; cette ligne divise en deux

(*) On appelle *moment* le produit d'une puissance par sa distance à un point fixe.

parties égales toutes celles qui sont parallèles à BC; donc le triangle ABC est symétrique par rapport à AD, et le centre de gravité se trouve sur cette ligne. Si on mène du point C la ligne CE au milieu du côté opposé AB, on voit qu'elle contiendra aussi le centre de gravité. Ce point devant être à la fois sur AD et CE est à leur intersection commune en F. Menons ED, les triangles semblables DEF, AFC donnent... AC : DE :: AF : FD; mais AC est double de DE, donc AF est aussi double de DF, et par conséquent le centre de gravité d'un triangle est aux deux tiers de la droite menée du sommet au milieu de la base.

Pour trouver le centre de gravité d'un polygone rectiligne quelconque, il faut le décomposer en triangles par des lignes tirées du sommet d'un de ses angles; on cherche ensuite le centre de gravité de chaque triangle, ce qui réduit le système à autant de forces qu'il y a de triangles, et elles sont appliquées au centre de gravité de chacun d'eux. La grandeur de ces résultantes partielles est égale au poids de chaque triangle, qui est mesuré par sa surface, puisque le polygone est homogène; on obtiendra donc facilement le centre de gravité, soit par la composition des forces, soit par le théorème des momens.

Si l'on veut avoir le centre de gravité d'une pyramide triangulaire SABC (fig. 17), il faut de l'angle C de la face ABC, mener CD au milieu du côté opposé; prendre le point E aux deux tiers de CD, et joindre SE. Le point E étant le centre de gravité du triangle ABC, il est facile de faire voir que celui de toute section parallèle à la base se trouve sur la ligne SE: donc celui de la pyramide se trouve aussi sur cette ligne. Menons du sommet S la ligne SD au milieu de la base du triangle SAB, prenons $DF = \frac{1}{3}SD$, et tirons CF; on prouvera de même que le centre de gravité est sur CF. Les lignes SE, CF se coupent, puisqu'elles sont dans le même plan SDC, et leur intersection G est le point cherché.

En joignant EF, les triangles semblables EFG, SGC donnent EF:SC::EG:SG, mais SC est triple de EF, donc SG = 3EG.

Ainsi le centre de gravité d'une pyramide triangulaire est aux trois quarts de la ligne qui joint son sommet avec le centre de gravité de sa base. Le même énoncé peut servir pour une pyramide quelconque, comme il est facile de s'en assurer.

Pour trouver le centre de gravité d'un polyèdre, il faut le décomposer en pyramides, et opérer sur les solides comme nous l'avons indiqué pour les surfaces.

La somme des momens de toutes les forces qui sollicitent un corps, est égale au moment de la résultante, c'est-à-dire au poids du corps multiplié par la distance du centre des momens an centre de gravité; donc on obtiendra cette distance en divisant la somme des momens par le poids total. C'est en appliquant le calcul différentiel et intégral à ce résultat, que nous trouverons, pour déterminer le centre de gravité, un moyen simple, qui a d'ailleurs l'avantage de s'appliquer aux figures terminées par des courbes dont l'équation est connue.

Supposons qu'on veuille avoir le centre de gravité d'une ligne droite, dont la longueur est x; si nous la supposons augmentée de dx, le moment de dx rapporté au commencement de la ligne, sera xdx, qui représente la différentielle de la somme des momens; donc cette somme est $\frac{x^2}{2}+$ const; mais en faisant $x=0$, la somme des momens est aussi 0; donc la constante est nulle, et la distance du commencement de la ligne à son centre de gravité est $\frac{\frac{x^2}{2}}{x}=\frac{x}{2}$, ce qui étoit facile à prévoir.

Soit une parabole dont l'équation est $y^2=px$, et soit proposé de trouver le centre de gravité de la partie MAM′ (fig. 18), comprise entre le sommet et la double ordonnée MM′. Faisons $AP=x$, et supposons cette abscisse augmentée de $Pp=dx$; la surface $MM'm'm$ est la différentielle de l'aire de la courbe, et son moment pris relativement au point A,

est la différentielle de la somme des momens. Cela posé, l'équation de la parabole donne $PM = y = p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$, donc... $MM'm'm = 2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx$, et son moment est $2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx$; d'où il suit que les distances du point cherché à l'origine des coordonnées est

$$\frac{\int 2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} dx}{\int 2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx} = \frac{\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + \text{const.}}{\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + \text{const.}}.$$

Les deux constantes sont nulles, puisque le numérateur et le dénominateur s'anéantissent par la supposition de $x = 0$; ainsi la distance dont il s'agit est $\frac{\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}}}{\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{5} x$. Ce qui nous apprend que le centre de gravité de la portion de la parabole proposée est aux $\frac{3}{5}$ de son axe, à partir du sommet.

Prenons, pour dernier exemple, un cône dont la hauteur est x. Le rapport constant du rayon d'une section circulaire, à la hauteur étant représenté par a, ce rayon sera ax, et la surface du cercle auquel il appartient $\pi a^2 x^2$; donc, si on suppose la hauteur du cône augmentée de dx, la différentielle du solide sera $\pi a^2 x^2 dx$, et celle de la somme des momens $\pi a^2 x^3 dx$; de sorte que la distance du sommet au centre de gravité sera

$$\frac{\int \pi a^2 x^3 dx}{\int \pi a^2 x^2 dx} = \frac{\int x^3 dx}{\int x^2 dx} = \frac{\frac{1}{4} x^4 + \text{const.}}{\frac{1}{3} x^3 + \text{const.}} = \frac{\frac{1}{4} x^4}{\frac{1}{3} x^3} = \frac{3}{4} x.$$

Donc le centre de gravité du cône est aux $\frac{3}{4}$ de sa hauteur.

Il arrive souvent que la figure d'un corps ne donne pas à la première inspection une ligne qui contienne son centre de gravité; il faut alors prendre les momens successivement, par rapport aux trois plans coordonnés; on aura ainsi la distance du centre de gravité à ces trois plans, et par conséquent sa position.

Nous terminerons cet article en observant qu'on a quelquefois à chercher le centre de gravité d'un corps composé de plusieurs autres hétérogènes entr'eux; il faut pour cela déterminer le centre de gravité de chaque partie, et faire entrer la densité dans l'estimation de la force appliquée au centre de gravité de chacune d'elles.

§ II.

Du Lévier.

150. Le lévier est une machine simple qui consiste en une verge de fer, de bois ou de toute autre matière équivalente, et qui sert à élever des fardeaux ou à vaincre une résistance quelconque.

151. Le géomètre regarde le lévier comme une ligne droite ou courbe qui n'a ni pesanteur, ni flexibilité, et qui est mobile autour de son point d'appui. Le lévier géométrique n'existe donc point dans la nature, qui ne nous offre aucun corps parfaitement inflexible, sans pesanteur et réduit à une seule des trois dimensions qui caractérisent l'étendue. Mais l'établissement de la théorie commande ces sortes d'abstractions auxquelles il faut ensuite avoir égard, lorsque pour en confirmer les résultats, le physicien invoque le témoignage de la nature.

152. On distingue trois sortes de léviers. Le lévier est du *premier genre* lorsque le point d'appui est situé entre la puissance et la résistance. Il prend le nom de *lévier du second genre*, si la résistance se trouve entre le point d'appui et la puissance. Enfin on l'appelle *lévier du troisième genre*, lorsque la puissance est placée entre la résistance et le point d'appui.

Loi générale d'équilibre.

153. *Si à la faveur d'un lévier ou d'une machine quelconque, on fait agir, l'un contre l'autre, deux poids dont l'un fasse fonction de puissance, et l'autre*

de résistance, il y a équilibre lorsque la puissance et la résistance sont en raison inverse de leurs distances au point d'appui.

L'équilibre ne peut résulter que de l'égalité de deux forces qui se combattent; et les forces se composent des masses multipliées par les vîtesses : d'où il suit que l'équilibre existe dans une machine, toutes les fois que les masses de deux corps qui agissent l'un sur l'autre sont en raison inverse des vîtesses qu'ils prendroient, si l'équilibre étoit rompu pendant un instant infiniment petit.

Dans le lévier, par exemple, les vîtesses que prendroient les deux corps dans le premier instant de la rupture d'équilibre, sont entr'elles comme les bras de lévier; ainsi dans le cas d'équilibre, la puissance et la résistance sont en raison inverse de leur distance au point d'appui.

Le principe qui nous a servi à établir la loi générale d'équilibre est celui des vîtesses virtuelles.

La même loi peut être ramenée au principe de la composition des forces. Pour cela il faut comparer ensemble la puissance et la résistance; la condition qui exprime que leur résultante passe par le point d'appui, sera celle qui est nécessaire à l'équilibre d'une machine. Si l'appui étoit une surface, il faudroit en outre exprimer que la résultante est normale à cette surface, sans quoi la machine glisseroit sur son appui.

Le poids du lévier dont nous avons fait abstraction, doit fixer l'attention des physiciens qui veulent prouver par expérience la loi que nous

venons d'établir; car la longueur d'un bras de lévier étant double ou triple de celle de l'autre, son poids est double ou triple; et cet excès de poids tourneroit à l'avantage de la puissance ou de la résistance, si l'on ne prenoit la précaution, avant de faire l'expérience, de mettre le lévier en équilibre avec lui-même.

154. Mais comment mesurer les distances de la puissance ou de la résistance au point d'appui? Il est visible que lorsque la direction de la puissance ou de la résistance est perpendiculaire au bras du lévier, c'est la longueur de ce bras qui mesure sa distance au point d'appui. Il n'en est pas de même, si la direction de la puissance ou de la résistance est oblique au bras du lévier. Il faut alors, pour avoir la distance de la puissance ou de la résistance au point d'appui, mener une perpendiculaire du point d'appui sur la direction de la puissance ou de la résistance prolongée, s'il le faut. Cette perpendiculaire est toujours plus courte que le bras de lévier correspondant, puisqu'elle est un des côtés d'un triangle rectangle dont le bras de lévier correspondant est toujours l'hypoténuse : d'où il résulte, 1°. que la force de la puissance ou de la résistance diminue par cela seul que sa direction devient oblique de perpendiculaire qu'elle étoit; 2°. que s'il y a équilibre entre la puissance et la résistance, leurs directions étant perpendiculaires aux bras du lévier, l'équilibre subsiste encore, lorsque les directions deviennent obliques, pourvu qu'elles aient le même degré d'obliquité. Car alors les distances diminuent

dans le même rapport, puisqu'elles sont proportionnelles aux longueurs du bras du lévier.

Mais si les directions deviennent obliques au bras du lévier, et que l'obliquité soit différente, il y a évidemment rupture d'équilibre en faveur de la puissance dont la direction est moins oblique; car quoique sa distance au point d'appui diminue, elle souffre néanmoins une moindre diminution respective que celle de la puissance dont la direction est plus oblique.

155. Il arrive souvent qu'au lieu d'un lévier droit, on fait usage d'un lévier courbe, c'est-à-dire, dont les deux bras font un angle au point d'appui. Il est aisé de voir que ces sortes de léviers qu'on emploie avec avantage pour les pompes, pour le mouvement des sonnettes, en un mot toutes les fois que l'action du moteur ne peut être transmise directement, ont les mêmes propriétés qu'un lévier droit. Car lorsqu'en tournant, les deux bras du lévier angulaire se trouvent obliques aux directions de la puissance et de la résistanee, cette obliquité est égale de part et d'autre; ce qui fait que le rapport des distances du point d'appui aux directions perpendiculaires n'est pas troublé.

156. Il suit de ce que nous avons dit, 1°. que le lévier du premier genre peut également favoriser la puissance ou la résistance; puisque les bras étant supposés inégaux, la puissance ou la résistance peuvent également être placées à l'extrémité du plus long de ces bras;

2°. Que le lévier du second genre est exclusi-

vement à l'avantage de la puissance qui est plus éloignée du point d'appui que la résistance ;

3°. Que le lévier du troisième genre favorise toujours la résistance qui s'y trouve à une plus grande distance du point d'appui que la puissance ;

4°. Qu'une puissance très - petite en elle - même peut, à la faveur d'un lévier assez long, l'emporter sur une résistance très - considérable : ne soyons donc pas surpris de cette espèce d'enthousiasme qui faisoit dire à *Archimède : Donnez-moi un point d'appui séparé de la terre, et je la remuerai à mon gré.*

5°. Que si un lévier horizontal chargé d'un poids, doit être soutenu par deux puissances inégales situées à ses extrémités, le poids peut toujours être placé de manière que chacune des puissances en soutienne une partie proportionnelle à sa force.

157. Les léviers sont fréquemment employés dans les arts, dans les usages même les plus ordinaires de la société.

Les ciseaux communs, les pincettes, les tenailles, les mouchettes, etc., ne sont autre chose que des léviers du premier genre assemblés par paires. L'effort de la main ou des doigts qui pressent les deux branches, doit être regardé comme la puissance. Le clou ou ce qui tient le milieu, est un point fixe commun aux deux, et ce que l'on coupe ou ce que l'on serre n'est autre chose que la résistance.

158. On doit compter parmi les léviers du second genre, 1°. les rames avec lesquelles on fait avancer un bateau. L'eau sert de point d'appui, puisqu'on

applique contre elle une des extrémités de la rame. La main qui agit à l'autre extrémité est la puissance; et au milieu de la rame se trouve la résistance, c'est-à-dire le bateau que l'on presse pour accélérer sa marche.

2°. Le couteau du boulanger, lorsqu'arrêté par un bout sur une table, et tournant autour d'un point fixe, il est porté par la main qui tient le manche contre la résistance qu'on veut vaincre.

3°. Les soufflets de forge ou d'appartement. Il est aisé de reconnoître la puissance qui fait jouer le panneau autour d'une charnière de cuivre adaptée à son extrémité; mais il faut un instant de réflexion pour juger que la vraie résistance est cette masse d'air que contient la capacité du soufflet, et qui s'échappe plus ou moins vite par le bout du tuyau à mesure qu'elle est comprimée.

4°. Le mât d'un navire. Le vent dont l'action se déploie contre la voile est la puissance : la résistance est le navire lui-même, et le point d'appui se trouve à l'endroit où le mât prolongé rencontreroit la quille, au point à l'entour duquel s'exécuteroit le mouvement circulaire du mât, si le navire entier venoit à chavirer.

5°. Une porte qu'on pousse en tenant d'une main la clef de la serrure. Il est vrai que les pentures roulent sur plusieurs gonds qui multiplient les centres de mouvement, et que la résistance ou le poids de la porte n'est pas concentré en un seul point. Mais on peut toujours raisonner comme s'il n'y avoit qu'un seul point d'appui situé à l'extrémité de la

ligne horizontale qui divise la porte en deux parties égales, et comme si toute la masse du corps étoit réunie au milieu de cette ligne. La puissance ne fait presqu'aucun effort pour mouvoir la résistance, parce que la porte est à peu près en équilibre avec elle-même. On n'a à vaincre en la poussant que son inertie, la résistance des frottemens et celle de l'air.

6°. Une échelle appliquée contre un mur est un lévier du troisième genre. Le mur doit être regardé comme la puissance qui la soutient. Le poids de l'homme qui monte le long de l'échelle est la résistance, et l'extrémité de l'échelle qui repose sur le terrain est le point d'appui. Car si le mur venoit à fléchir, le poids de l'échelle et le poids de l'homme réunis, feroient tourner l'échelle autour de cette extrémité.

7°. Les pinces communes qu'on nomme *badines*, sont de semblables léviers. Elles sont destinées à transporter de petits charbons qui sont la résistance. La main qui les fait agir est la puissance; et le point d'appui se trouve à l'endroit où se joignent les deux léviers qui les composent.

§ III.

De la Balance commune et de la Romaine.

159. La balance commune est une machine qui sert à mettre en équilibre deux quantités égales de matière; de sorte que connoissant le poids de l'une, on sait par ce moyen combien pèse l'autre.

160. On distingue dans la balance, 1°. le fléau, dont la longueur est partagée en deux parties égales par uu axe; 2°. les deux bassins suspendus aux deux extrémités des bras du fleau; 3°. une chape qui sert d'appui à l'axe, où est le centre du mouvement.

161. Il est aisé de voir que la balance n'est autre chose qu'un lévier du premier genre, partagé en deux bras égaux par son appui, et chargé des efforts d'une puissance et d'une résistance dont les directions sont toujours parallèles entr'elles, et conséquemment dont les puissances au point d'appui restent toujours égales, quelle que soit la situation du fléau relativement à l'horizon.

162. La perfection d'une balance dépend de certaines conditions. 1°. Les points de suspension des bassins, où des poids doivent être dans la même ligne avec le centre de la balance, et également distans de ce centre.

163. 2°. Les parties de l'axe, qui sont séparées par le fléau, doivent se trouver dans la même ligne droite.

164. 3°. La balance doit être très-mobile. On doit donc diminuer, autant qu'il est possible, le frottement, et conséquemment la pression au point d'appui. C'est pourquoi on fait très-léger le fléau des balances d'essai, où l'on a besoin d'une grande précision. Il faut cependant prendre garde que trop de foiblesse dans le fléau ne le rende trop flexible, et que cette excessive flexibilité n'altère l'égalité des distances au point d'appui. C'est encore pour diminuer le frottement de l'axe qu'on le fait un peu en

forme de couteau. Cette pratique est bonne, pourvu cependant que l'endroit du trou sur lequel il porte soit comme lui très-dur. Sans cette précaution, il le creuseroit avec le temps, ou il s'écraseroit sur lui-même. Ce qui nuiroit à la mobilité de la balance.

165. 4°. La bonté de la balance dépend aussi de la disposition du centre de gravité du fléau par rapport au centre de mouvement. Lorsque ces deux centres se confondent, et que les deux bras sont également chargés, le fléau demeure en équilibre, quelque situation qu'on lui donne; et la plus petite différence dans les poids suffit pour faire trébucher la balance. Cette extrême mobilité devient incommode dans l'usage ordinaire, parce qu'il faut beaucoup de temps et d'attention pour charger les bassins de poids parfaitement égaux. On fait disparoître cet inconvénient en plaçant le centre de gravité du fléau un peu au-dessous du centre de mouvement. Par cette disposition, l'excès de poids qui entraîne l'un des poids de la balance, et fait monter le contre-poids, élève en même temps le centre de gravité du fléau; et si cet excès de poids n'est pas très-sensible, l'effort du centre de gravité qui tend constamment à descendre, suffira pour ramener le fléau, et pour s'opposer à la chute trop précipitée de la balance.

166. 5°. Une balance doit être construite de manière que la longueur de ses bras demeure constamment la même, dans le service de l'instrument. Il faut pour cela que le fléau soit suffisamment trempé, afin qu'il ne puisse céder sous l'effort du poids dont

il est chargé. Sans cette précaution, l'un des bras de la balance, ou les deux venant à céder inégalement sous le fardeau, l'un des poids se trouveroit plus éloigné que l'autre du point d'appui, et conséquemment l'équilibre qu'on trouveroit, n'indiqueroit point l'égalité des masses.

167. Pour construire une fausse balance, il faut, 1°. que la longueur des bras du fléau soit inégale; 2°. que le poids des bassins le soit aussi, de manière que si un des bras du fléau surpasse d'un $\frac{1}{12}$ l'autre bras en longueur, le bassin attaché au bras le plus court surpasse aussi d'un $\frac{1}{12}$ en poids le bassin attaché au bras le plus long. L'équilibre établi entre des poids mis dans les deux bassins, indiquera l'inégalité des masses; car l'équilibre indique égalité de forces; mais forces égales annoncent inégalité de masses lorsque les vîtesses sont inégales; et il y a ici inégalité de vîtesses, puisque les bras du fléau qui les représentent sont supposés inégaux. La plus petite masse sera dans le bassin attaché au bras le plus long. Elle perd du côté du poids ce qu'elle gagne du côté de la distance. Sa distance au point d'appui est supposée plus grande d'un $\frac{1}{12}$. Dans le cas d'équilibre, son poids sera d'un $\frac{1}{12}$ plus petit.

168. La romaine ou peson est une autre espèce de balance, dont les bras sont inégaux : l'axe et la chape qui le soutient sont placés à une très-petite distance de l'extrémité du bras auquel on suspend le fardeau dont on veut connoître le poids. L'autre bras, qui est beaucoup plus long, est divisé en plusieurs parties égales. Ces divisions servent à

déterminer l'effort respectif d'un petit poids qu'on fait mouvoir sur la longueur de ce bras.

169. Il est visible que la romaine n'est autre chose qu'un lévier du premier genre, dans lequel le point d'appui est beaucoup plus proche de l'une des extrémités que de l'autre : d'où il résulte qu'un très-petit poids peut faire équilibre à une masse considérable, en éloignant à proportion le petit poids du point d'appui.

170. La romaine a encore d'autres avantages sur la balance commune. 1°. On peut, à l'aide de la romaine, peser différentes masses avec un seul poids, tandis qu'en se servant de la balance commune, il faut autant de poids différens qu'on a de masses différentes à peser ; 2°. on fait avec la romaine des pesées plus exactes, lorsqu'il s'agit de gros fardeaux : car les frottemens dans cette machine augmentent en raison des charges : d'où il résulte que si on emploie une balance ordinaire pour peser de lourds fardeaux, son axe étant chargé et du poids du fardeau, et de son contrepoids, elle en deviendra proportionnellement moins mobile. Ainsi, si l'on met dans un des bassins d'une balance commune, un poids comme 100, il faut pour établir l'équilibre charger l'autre bassin d'un fardeau comme 100, et conséquemment l'axe se trouve chargé d'un poids comme 200. Il n'en est pas ainsi lorsqu'on fait usage de la romaine. Un fardeau comme 100 suspendu à l'extrémité la plus voisine du point d'appui, fait équilibre avec un poids comme 1 placé à une distance 100 fois plus grande

de ce même point, et dans cette supposition, l'axe de la romaine ne se trouve chargé que d'un poids comme 101.

§ IV.

De la Poulie.

171. La poulie est un plan circulaire de bois ou de métal mobile sur un axe, qui est soutenu par une chape. Le plan circulaire a dans l'épaisseur de sa circonférence, une rainure ou gorge pour recevoir une corde qui embrasse une partie de cette circonférence.

172. La poulie est fixe, lorsqu'elle n'a d'autre mouvement que celui de rotation sur son axe. Elle est mobile, lorque, outre le mouvement de rotation, elle a, ou peut avoir un mouvement de translation.

173. Dans la poulie fixe, la puissance doit toujours égaler la résistance, dans le cas d'équilibre; car alors tout est dans un repos parfait. La partie inférieure de la poulie ne fait rien : on peut donc n'y avoir aucun égard. La partie supérieure de la poulie ne fait autre chose que soutenir la corde qui l'entoure : d'où il résulte que si on arrête la corde, il n'arrivera aucun changement : on peut donc aussi n'avoir aucun égard à la partie supérieure de la poulie, sans qu'il se fasse aucun mouvement, puisque les cordes sont attachées à des points fixes. La poulie se réduit alors à un lévier du premier genre à bras égaux : la puissance agissant à la faveur de ce lévier doit donc égaler la résistance pour qu'il y ait équilibre.

La

La même démonstration a lieu, quelle que soit la direction de la puissance : car en coupant la partie inférieure de la poulie, ainsi que sa partie supérieure, il ne reste qu'un lévier courbe, qui a des bras égaux. Ces bras mesurent les distances : d'où il résulte que la puissance doit égaler la résistance, pour qu'il y ait équilibre.

Il suit de ce que nous avons dit, que la poulie fixe ne contribue d'elle-même en rien pour augmenter la puissance. Elle la favorise cependant, parce qu'elle sert à en changer comme on veut la direction.

174. Dans la poulie mobile, la puissance, dans le cas d'équilibre, doit être sous-double de la résistance, lorsque les directions des cordes qui embrassent la poulie sont parallèles.

Soit la poulie DHEA (fig. 19) mobile avec le poids P attaché au crochet qui termine la chape. Soit l'extrémité de la corde K fixée en K; la partie supérieure DHE de la poulie n'agit pas : on peut donc la concevoir comme inutile et comme coupée. La partie inférieure DAE de la poulie ne fait autre chose que soutenir la corde : d'où il résulte que si on arrêtoit la corde en D et en E, il n'arriveroit aucun changement, quoique l'on rejetât la partie inférieure DAE de la poulie. Il resteroit alors la ligne droite DCE. Le point d'appui seroit en E, et auroit pour soutien la corde EK; le poids P agit comme s'il étoit placé au point C, et la puissance B qui lève ce poids avec la corde BD, agit au point D. Nous avons donc ici un lévier du second genre, et

conséquemment la puissance B doit être à la résistance P, comme CE est à DE, c'est-à-dire, comme 1 est à 2.

175. Supposons, à présent, que les cordes ne sont point parallèles, et cherchons le rapport qui, dans cette supposition, doit se trouver entre la puissance et la résistance dans le cas d'équilibre.

Soient les deux poulies A et B (fig. 20 et 21) sur lesquelles les cordes ne sont point parallèles. Tirons la ligne MN, pour réunir les points où les cordes touchent la poulie ; et du point M, abaissons la ligne MK perpendiculaire sur KN. Il est évident que la puissance R et la résistance D demeurent en équilibre, dans cet état, comme si elles étoient appliquées l'une et l'autre à un même lévier MN, dont l'appui fût en M, la résistance D en O suivant OH, et la puissance R en N, suivant NR : d'où il résulte que la puissance est ici à la résistance, dans le cas d'équilibre, comme MO est à MK; MO est le sinus de l'angle MHO, et MK est le sinus de l'angle MHN : donc dans les poulies mobiles, quel que soit l'angle que forment entr'elles les cordes qui les embrassent, si on les prolonge jusqu'à ce qu'elles concourent en un même point, la résistance sera à la puissance, dans le cas d'équilibre, comme le sinus de l'angle formé par ces cordes, est au sinus de sa moitié.

176. On est dans l'usage de faire rouler les poulies sur une cheville de métal qui traverse le centre de ces sortes de machines. Cette construction est vicieuse. La circonférence du trou qu'on creuse dans

l'épaisseur de la poulie, n'est jamais parfaitement homogène : d'où il résulte que certaines parties s'usent plus promptement par le frottement qu'elles éprouvent sur l'axe ; le trou deviendra irrégulier, inégal et raboteux, ce qui augmente plus ou moins le frottement que la puissance doit vaincre. Cet inconvénient qui augmente à mesure que la poulie s'use davantage, fait que les rayons de la poulie deviennent inégaux, et qu'alternativement la puissance et la résistance agissent à une distance plus ou moins grande du point d'appui. Pour éviter ce défaut de construction, il faut fixer dans l'épaisseur de la poulie, l'arbre sur lequel elle doit tourner. Les extrémités de cet arbre doivent être bien arrondies, et jouir d'une grande mobilité dans les yeux de la chape. Ces trous, il est vrai, ne sont pas plus homogènes que ceux de la poulie. Mais toute la charge de la poulie se faisant sentir de haut en bas sur les yeux de la chape, ils se creusent et s'agrandissent dans ce sens : la poulie descend donc seulement dans la chape, et roule constamment dans les yeux qui la portent, sans qu'on ait à craindre que les rayons deviennent inégaux.

§ V.

Du Tour.

177. Le tour est une *grande roue* ou *tambour* traversé par un axe ou essieu avec lequel la roue tourne.

Dans cette machine, le poids est attaché à une

corde qui enveloppe l'axe ou l'essieu; et la puissance qui agit est appliquée à la grande roue ou tambour.

178. Soit la grande roue ou tambour du tour AFB (fig. 22), l'axe ou l'essieu DE; le centre commun de mouvement C; que la corde DP entoure l'axe; que le poids P soit attaché à cette corde, et que la puissance qui agit soit appliquée à la grande roue, au point B, ou à la corde BM au point M.

Pour qu'il y ait équilibre dans cette machine, il faut que la puissance M soit au poids P comme DC rayon de l'axe, est à CB rayon de la roue. Car pour qu'il y ait équilibre dans cette machine, la puissance M doit être au poids P, comme la distance de ce poids au point d'appui est à la distance de la puissance à ce même point; mais le rayon CD de l'axe ou de l'essieu, mesure évidemment la distance du poids P au point d'appui C, tandis que le rayon CB de la grande roue mesure la distance de la puissance M au point C : d'où il résulte que pour qu'il y ait équilibre dans le tour, la puissance doit être au poids, comme le rayon de l'axe est au rayon de la grande roue, ou comme le diamètre de l'axe est au diamètre de la grande roue. Il est utile d'observer qu'il faut ajouter le diamètre de la corde au diamètre de l'axe.

179. Il suit de là, 1°. que la construction du tour est d'autant plus favorable à la puissance, que le diamètre de l'axe ou de l'essieu est plus petit, et que le diamètre de la roue ou tambour est plus grand.

180. 2°. Si une puissance qui agit à l'aide de cette machine, perd à chaque instant une partie de ses

forces, tandis que la résistance qu'elle a à vaincre reste constamment la même, la puissance doit être appliquée à un tour fait de manière que sa roue soit très-petite au commencement de l'action, et que son diamètre augmente toujours dans le même rapport que les forces de la puissance diminuent.

On a égard à cela dans la construction des montres, dont le premier moteur est un ressort enveloppé sur lui-même, et renfermé dans un barillet. L'action de ce ressort diminue à mesure qu'il se détend, tandis que la résistance des roues dans la montre, reste constamment la même. C'est pourquoi on fait une fusée de figure conique BFE (fig. 23) qui tourne autour de l'axe BA; au point E est une roue dentée qui fait mouvoir toutes les roues. La fusée est enveloppée d'une chaîne, de manière que l'action du ressort S qui vient d'être tendu est la plus grande possible. La chaîne tire alors à la partie supérieure de la fusée, et conséquemment à une très-petite distance du point d'appui. A mesure que le ressort se détend, et que son action diminue, la chaîne descend vers la partie inférieure de la fusée, et agit à une distance du point d'appui, qui augmente progressivement dans le même rapport que l'action du ressort diminue.

181. Si la puissance qui étoit placée en M (fig. 22) est supposée en G, tirant la corde GF, son action pour lever le poids P doit être la même qu'elle étoit en M. Car la ligne CF mesure la vraie distance de la puissance G au point d'appui C; mais CF égale CB, parce que ce sont des rayons du même cercle;

la distance de la puissance au point d'appui est donc la même, soit qu'elle agisse en M, soit qu'elle agisse en G, et conséquemment son action ne doit pas changer.

182. On construit des tours, dans l'intérieur desquels on fait marcher des hommes ou des animaux, qui, par leur pesanteur sur le tambour, font lever le fardeau qui est suspendu à l'essieu. Pour concevoir comment, dans cette machine, la puissance agit sur la résistance, soit le tambour creux AFB (fig. 22) dans lequel on renferme un homme ou un animal quelconque, qui fait effort pour s'avancer vers H, K, S, B. Lorsqu'il est arrivé au point H, sa ligne de direction est HE : il agit donc comme s'il étoit suspendu au point E : sa distance au point d'appui est donc CE = CD, et conséquemment l'action de l'animal doit égaler le poids P, lorsque l'animal est au point H. S'il s'avance jusqu'au point K, la ligne de direction devient IK; sa distance au point d'appui est IC; et conséquemment au point K, l'action de l'animal est au poids P comme CD est à CI. S'il s'avance jusqu'en S, la ligne de direction devient QS. La distance de la puissance au point d'appui est QC : l'action de l'animal est donc ici au poids P comme CD est à CQ : d'où il résulte qu'à mesure que l'animal monte dans le tambour, sa force relative augmente, parce que sa pesanteur restant la même, sa distance au point d'appui va toujours en croissant. Le *maximum* de sa distance au point d'appui seroit au point B, si l'animal pouvoit monter jusqu'à ce point, et c'est alors qu'il

leveroit le poids le plus pesant qu'il lui seroit possible de lever.

183. Le tour se présente assez souvent sous la forme d'un simple cylindre traversé par des léviers plus ou moins longs aux extrémités desquels on applique la puissance. On l'appelle *treuil* lorsque le cylindre a une situation horizontale. Si le cylindre a une situation verticale, il prend le nom de *cabestan*, qui est beaucoup plus avantageux que le treuil, 1°. parce que la puissance peut toujours agir perpendiculairement à son bras de lévier; 2°. parce qu'on peut y appliquer un grand nombre d'hommes à la fois. Aussi est-il fréquemment employé dans les vaisseaux à lever les ancres, à hisser les voiles, etc.

184. Nous croyons pouvoir rapporter au tour les roues dentées avec leurs pignons, et trouver de la même manière le rapport qui doit exister entre la puissance et la résistance pour qu'il y ait équilibre dans cette machine. Soit l'axe ou l'essieu RCA (fig. 24) enveloppé par une corde AP, à laquelle est attaché un poids comme 30. Soit une roue dentée DBG placée autour de l'essieu RCA. Soit le rayon CB de la roue au rayon CA de l'essieu, comme 6 sont à 1. Il est évident que dans cette supposition, un poids comme 5 suspendu à la dent B sera en équilibre avec le poids P qui est comme 30. Soit le pignon E, dont les dents reçoivent celles de la roue dentée DBG; alors le poids P comme 30 agit sur la dent B avec une force comme 5; et si nous supposons que le rayon de ce pignon EB est au rayon EM de l'autre roue entourée de léviers comme 1 est à 5,

il est clair qu'une puissance comme 1 placée à l'extrémité M du lévier attaché à la roue, fera équilibre avec un poids comme 5 suspendu à la dent B, et conséquemment avec un poids comme 30 attaché à l'extrémité de la corde AB qui entoure l'essieu RCA.

§ VI.

Du Plan incliné.

185. Le plan incliné est un plan AC (fig. 25) qui fait avec le plan horizontal AB un angle qui n'est pas droit.

186. Si le corps R placé sur le plan incliné AC, est soutenu par la puissance P, dont la direction PR est parallèle à AC, la puissance P devra être à la résistance R, dans le cas d'équilibre, comme la hauteur BC du plan incliné est à la longueur CA de ce même plan.

Menons du centre de gravité du corps R, au point D où le corps touche le plan, la ligne RD; et du point D menons D*e* perpendiculaire sur la ligne de direction R*e*G du corps R : il se formera un lévier RD*c* du premier genre, dont les bras seront RD, D*e* et l'appui D. La puissance P peut être supposée appliquée à l'une des extrémités R de ce lévier, et la résistance en *e*. La puisssance sera donc à la résistance comme *e*D est à DR; mais à cause de la similitude des deux triangles RD*e*, ACB, *e*D : RD :: BC : AC : d'où il résulte que, dans le cas d'équilibre, la puissance est à la résistance comme la hauteur du plan est à sa longueur.

Il suit de là que le plan incliné est d'autant plus

favorable à la puissance, que sa hauteur est moindre relativement à sa longueur. Un homme qui gravit une montagne se meut sur un plan incliné. Le poids de son corps est ici la résistance; l'action vitale qu'il emploie pour le soutenir, ou pour le faire mouvoir, est la puissance; ne soyons donc point surpris qu'il consume, à chaque instant, d'autant plus de force, et qu'il éprouve conséquemment d'autant plus de fatigue, que la montagne a plus de hauteur respectivement à sa longueur.

187. *Si la puissance O tire le poids R suivant une direction parallèle à la base BA, O devra être à R, pour le soutenir, comme CB hauteur du plan incliné est à BA longueur de sa base.*

Tout étant conçu comme dans le numéro précédent, si l'on mène la droite DI perpendiculairement sur la ligne RO, on aura alors le lévier ID*e* auquel agissent la puissance O et le poids R; de sorte qu'il faut, pour faire équilibre, que O soit à R comme *e*D est à DI, ou comme RI est à DI; or le triangle RID est semblable au triangle CBA : donc RI : ID :: CB : BA; et conséquemment la puissance O doit être au poids R, comme la hauteur du plan incliné est à BA longueur de sa base.

Il est aisé de voir qu'une puissance qui veut élever un corps à la faveur d'un plan incliné, agit avec d'autant plus d'avantage, que sa direction approche plus du parallélisme avec la longueur de ce plan.

§ VII.

Du Coin.

188. On donne le nom de *coin* à tous les corps qui ont une base ou le dos assez épais, et qui sont pointus par-devant. Le coin peut être représenté par un prisme triangulaire. Il est employé à couper, séparer, fendre, hacher ou soulever d'autres corps.

189. On distingue deux sortes de coins, le coin simple et le coin double.

190. Le coin simple est assez communément représenté par son profil triangulaire, tel que le triangle rectangle ACB (fig. 26). La base AB de ce triangle représente la hauteur du coin : BC, hauteur du triangle, représente le dos ou la base du coin, et AC, hypoténuse de ce triangle, en désigne la longueur.

191. Le coin double ACD (fig. 27) est composé de deux prismes triangulaires ACE, AED, joints ensemble selon leur hauteur AE.

192. Les puissances qu'on emploie pour faire agir les coins ne sont quelquefois que de simples pressions. Ainsi si je coupe du pain avec un couteau, je ne fais que presser. Souvent on emploie la percussion pour faire mouvoir un coin. Ainsi on frappe sur le dos du coin avec un marteau ; on coupe le bois à coups de hache, etc.

193. Parmi les corps que l'on sépare les uns des autres à l'aide du coin, les uns se fendent à proportion que le coin avance ; dans les autres, la fente s'avance devant le coin.

194. Dans le premier cas, il faut, pour qu'il y ait équilibre entre la puissance et la résistance, que la première soit à la seconde comme la base ou le dos du coin est à sa hauteur.

La cohésion des parties fait naître la résistance contre le tranchant du coin. Cette cohésion, produite par la force attractive, est la même que si les parties étoient pressées par un poids; et conséquemment, au lieu de se représenter la cohésion des parties, on peut les concevoir comme pressées par un poids qui sera la résistance. Cela posé, si un coin simple est enfoncé dans du bois jusqu'au niveau de sa base, les parties du bois contiguës, ont souffert un écartement égal à la base du coin: la résistance a donc parcouru un espace que la base du coin représente, tandis que celui que la puissance a parcouru dans le même temps, est représenté par sa hauteur; d'où il résulte que la base du coin représente la vitesse de la résistance, tandis que celle de la puissance est exprimée par la hauteur; et conséquemment que, dans le cas d'équilibre, *la puissance doit être à la résistance comme la base du coin est à sa hauteur*. Cette loi d'équilibre est la même pour chacun des coins simples qui composent le coin double; d'où il résulte que dans le coin double, la puissance doit être à la résistance comme la base du coin double est au double de sa hauteur.

195. Il suit des principes que nous venons d'établir, que le coin est d'autant plus favorable à la

puissance, que sa base est plus étroite, toutes choses égales d'ailleurs.

196. Les couteaux, les poinçons, les haches, les poignards, les clous, etc. ne sont tous que des coins qui pénètrent d'autant plus facilement dans les corps dont on veut séparer les parties, qu'ils sont plus aigus.

La résistance qu'on se propose de vaincre à l'aide du coin, dépend de la ténacité des parties qu'on a pour objet de séparer, et cette ténacité varie d'une quantité prodigieuse de manières : la nature des corps, leur conformation, leur figure, et mille accidens qu'il n'est pas toujours possible de connoître et d'estimer exactement, ont une singulière influence sur cette ténacité. Ajoutons à ces difficultés celle qu'on doit éprouver lorsqu'il s'agit de déterminer l'effort de la percussion qu'on emploie fréquemment pour faire avancer un coin, et on ne sera pas surpris du peu de conformité qu'on trouve dans les résultats des expériences que plusieurs physiciens ont tentées pour confirmer cette loi d'équilibre.

197. Il nous reste à déterminer l'intensité d'une puissance, agissant sur le dos du coin, lorsque la fente le précède.

Soit un corps quelconque, du bois par exemple, dont les parties déjà séparées forment l'angle EFL (fig. 28); on se propose de le fendre davantage, à la faveur du coin ACB qui a pour base AB et pour hauteur CD.

Il est clair que du moment que les parties se

séparent, la puissance l'emporte sur la résistance, mais qu'avant que les parties soient séparées en F, les points E, L doivent s'écarter de manière que l'angle EFL devienne plus grand; supposons qu'il devienne *e*FL, et conséquemment que le coin descende de manière à prendre la position *acb*. La partie du bois E a été transportée en *e*, et la partie L en *l*; mais les parties plus voisines de F parcourent un espace moindre, de manière que les lignes EF, LF décrivent les aires des triangles égaux *e*FE, *l*FL.

Menons *ef* parallèle à EF, et *f*F parallèle à *e*E. Il en résulte le parallélogramme *e*EF*f*. Les deux triangles *e*FE, *fe*F sont égaux, et conséquemment le parallélogramme formé égale la somme des deux triangles *e*FE, LF*l*: donc la somme des aires décrites par les lignes EF, LF égale l'aire décrite par la seule ligne EF parcourant l'espace E*e* ou F*f*: d'où il suit que la ligne E*e* représente la vitesse de la résistance, tandis que la ligne C*c* représente la vitesse de la puissance; et conséquemment la puissance est à la résistance, dans le cas d'équilibre, comme *e*E est à C*c*.

Menons C*g* parallèle à E*e*. Ces lignes sont évidemment égales, parce que le côté AC du coin a été transporté d'un mouvement parallèle; et conséquemment la puissance doit être à la résistance comme C*g* est à C*c*.

La ligne E*e* peut être regardée comme un très-petit arc de cercle qui a FE pour rayon : E*e* et C*g* sont donc perpendiculaires à FE.

Menons par le milieu D de la base du coin la

ligne DH qui aboutisse au point H du côté du coin, et qui fasse un angle droit avec le côté FE du bois, prolongé. Il est clair que DH est parallèle à C*g*. Les triangles C*gc*, DHC sont semblables à cause du parallélisme de leurs côtés homologues : donc DH : DC :: *g*C : C*c* : donc la puissance est à la résistance, dans le cas d'équilibre, comme DH est à DC qui représente la hauteur du coin.

§ VIII.

De la Vis.

La vis est composée de deux parties.

198. La première qui porte le nom de *vis* est un cylindre droit CDEF (fig. 29) enveloppé d'un filet saillant, adhérent et roulé sur la surface du cylindre, de manière que l'intervalle AB qui se trouve entre deux révolutions consécutives du filet, est constamment le même. Cet intervalle constant se nomme *pas de la vis.*

199. La seconde, que l'on nomme *écrou*, est un solide (fig. 29), dont la surface concave est revêtue d'un autre filet saillant, adhérent et plié de manière qu'il remplit exactement les intervalles que laissent entr'eux les filets de la vis. Ces deux parties qui composent la vis peuvent tourner l'une dans l'autre, ce qui est absolument nécessaire pour l'usage de cette machine.

200. La vis peut servir à élever des poids considérables. On l'emploie le plus souvent à exercer de grandes pressions.

201. La tête de la vis est toujours armée d'un lé-

vier, à l'extrémité duquel on applique la puissance. Tel est l'étau d'un serrurier, dont la vis se meut et tourne dans son écrou par le moyen d'une cheville de fer qui traverse la tête de la vis. Dans les machines de cette espèce, où le lévier n'est pas apparent, la tête de la vis est toujours plus grosse que le cylindre sur lequel elle est creusée, et cet excès de grosseur forme une espèce de lévier auquel la puissance est appliquée.

202. Si une puissance tourne une vis dans une autre qui lui sert d'écrou, selon une direction parallèle à la base, elle doit être à la résistance ou au poids posé sur la tête de la vis, et qui doit être mu, comme la distance qui se trouve entre deux filets de la vis est à la circonférence du cercle parcouru par le point du lévier auquel on applique la puissance.

Car dans le même temps que la puissance emploie à parcourir la circonférence du cercle, dont le lévier est le rayon, la résistance parcourt un espace égal à l'intervalle qui est entre deux filets de la vis. La vitesse de la puissance est donc représentée par la circonférence du cercle parcouru, tandis que l'intervalle qui se trouve entre deux filets de la vis, représente la vitesse de la résistance. Nous avons pour expression des forces, d'un côté, la puissance multipliée par la circonférence du cercle qu'elle parcourt; de l'autre, la résistance multipliée par un espace égal à l'intervalle qui se trouve entre deux filets de la vis. Dans le cas d'équilibre, les produits représentant les forces, sont égaux : d'où il

résulte que leurs facteurs sont en raison réciproque; et conséquemment la puissance est à la résistance comme la distance entre deux filets de la vis est à la circonférence du cercle que décrit la puissance.

203. Quand la puissance égale la résistance dans une machine quelconque, pour si peu qu'on augmente l'intensité de la puissance, la résistance est vaincue, si la machine n'éprouve aucun frottement. Lorsqu'il y a du frottement, c'est à la puissance à le surmonter. Il est considérable dans certaines machines, et particulièrement dans la vis. C'est par le frottement que cette machine reste dans sa situation, et ne revient pas par un mouvement rétrograde dans son premier état, quoiqu'elle y soit sollicitée, soit par la force élastique des corps pressés, soit par la pesanteur des poids élevés, lorsque la puissance cesse d'agir.

204. Il importe d'observer que plus la puissance gagne du côté de la force dans une machine quelconque, plus elle perd du côté du temps. Souvent on peut disposer du temps à volonté, tandis qu'on ne peut employer qu'une force limitée. Il arrive quelquefois qu'on a besoin de se procurer une grande vîtesse, et on y parvient en appliquant la puissance à la plus petite distance du point d'appui. C'est cette possibilité d'augmenter suivant le besoin, la masse ou la vîtesse des corps à mouvoir, qui fait le principal avantage des machines.

§ IX.

§ IX.

Des Machines composées.

205. Les machines composées résultent de l'assemblage de plusieurs machines simples. On les emploie dans des circonstances où une seule machine simple ne seroit pas assez favorable à la puissance. Il est inutile d'entrer dans de longs détails sur le nombre et sur l'usage des machines composées. Bornons-nous à déterminer la loi d'équilibre dans ces sortes de machines.

Loi d'Équilibre pour les machines composées.

206. *Dans une machine composée quelconque, le rapport de la puissance à la résistance avec laquelle elle est en équilibre, est composé de tous les rapports qui auroient lieu séparément dans chaque machine simple.*

Première expérience. On dispose trois léviers du premier genre *ab*, *ab*, *ab* (fig. 30), mobiles sur leurs points d'appui *s*, de manière que chaque bras *as* soit quatre fois plus petit que le bras opposé *sb*, et que le mouvement d'un de ces léviers détermine le mouvement des deux autres. On suspend ensuite un poids P comme 1 à l'extrémité *b* du troisième lévier, tandis que le poids R comme 64 est suspendu à l'extrémité *a* du premier lévier, la plus voisine du point d'appui. Tout étant ainsi disposé, l'expérience fait voir que le poids P comme 1 fait équilibre avec le poids R comme 64.

Le poids R comme 64 placé à une distance comme 1

du point d'appui, équilibreroit avec un poids comme 16, placé à une distance comme 4 de ce même point: d'où il résulte que l'extrémité *b* du premier lévier soutient un effort comme 16, et qu'elle agit sur l'extrémité *a* du second avec une force comme 16: l'extrémité *b* du second lévier, placée à une distance quatre fois plus grande du point d'appui que l'autre extrémité *a*, soutient donc un effort comme 4, et exerce une action comme 4 sur l'extrémité *a* du troisième lévier. La distance de cette extrémité *a* au point d'appui étant quatre fois plus petite que la distance de l'autre extrémité *b* à ce même point, l'extrémité *b* ne supporte qu'un effort comme 1; et conséquemment, un poids comme 1, suspendu à cette extrémité du troisième lévier, doit faire équilibre à un poids comme 64, suspendu à l'extrémité *a* du premier lévier.

En un mot, dans le premier lévier le rapport de la puissance au poids est 1 à 4, dans le second 1 à 4, et dans le troisième 1 à 4. Le rapport composé est 1 à 64.

Deuxième expérience. La figure 31 représente un système de quatre poulies A, B, C, D, dont la seule poulie D est fixe. Les trois autres A, B, C se meuvent séparément, et chacune a sa corde particulière. Le poids P comme 1, attaché à la corde qui entoure la poulie fixe D, équilibre avec le poids R comme 8 suspendu à la poulie inférieure A. Dans ce cas, 60 grammes (environ 2 onces) en soutiennent 480 (environ 16 onces).

Nous avons vu que le rapport de la puissance au

poids, pour chaque poulie mobile, est celui de 1 à 2; d'où il résulte que la puissance qui soutiendroit l'extrémité *b* de la corde qui entoure la poulie inférieure A, n'auroit à soutenir que la moitié du poids. La poulie B à laquelle cette corde est attachée, ne soutient donc que la moitié du poids R. La poulie C étant disposée par rapport à la poulie B, de la même manière que celle-ci l'est par rapport à la poulie A, la poulie C ne soutient que le quart du poids R; et pour la même raison, la poulie D ou la puissance P agissant à l'extrémité de la corde qui entoure cette poulie, ne soutient que la huitième partie du poids R; d'où il résulte qu'un poids de 60 grammes doit faire équilibre avec un poids de 480 grammes. En un mot, le rapport de la puissance au poids pour la première poulie mobile, est celui de 1 à 2; pour la seconde, 1 à 2; pour la troisième, 1 à 2, dont le rapport composé est 1 à 8.

207. Dans ces sortes d'expériences, les cordes qui embrassent les poulies doivent être disposées de manière qu'elles soient parallèles entr'elles.

208. Dans la théorie, on fait abstraction du poids des poulies; dans la pratique, il faut y avoir égard; il entre comme élément dans l'estimation de la résistance.

209. Cette disposition des poulies mobiles est sans doute très-avantageuse. Néanmoins on l'emploie rarement dans la pratique, et voici les motifs qui en ont fait interdire l'usage. Lorsqu'on fait parcourir à la première poulie A un certain espace, la seconde poulie, animée d'une vîtesse double parce qu'elle sou-

tient un poids sous-double, doit nécessairement parcourir dans le même temps un espace double. Pour la même raison, la troisième poulie parcourt un espace quadruple, et ainsi de suite; cette disposition des poulies mobiles exige donc un trop grand emplacement : aussi fait-on communément usage d'une autre espèce de poulies connues sous le nom de *moufles*.

210. On appelle *moufles* un système de plusieurs poulies assemblées dans la même chape (fig. 32), ou enfilées par le même axe (fig. 33).

211. On emploie en même temps un moufle fixe et un moufle mobile, et toutes les poulies des deux moufles sont embrassées par la même corde, dont une des extrémités est attachée à un des deux moufles, tandis que la puissance agit à l'autre extrémité. La résistance est suspendue à la chape du moufle mobile.

212. On peut donner aux poulies différens diamètres, et les disposer de manière que toutes les parties de la corde qui vont d'un moufle à l'autre, soient parallèles entr'elles, comme dans la fig. 32. Cette disposition augmente l'étendue des moufles. On les réduit à un volume plus petit et plus commode, en montant dans chacun d'eux toutes les poulies sur un même axe, comme dans la fig. 33. Par là, les cordes qui sont d'un côté des moufles, ne sont pas parallèles à celles qui sont de l'autre côté; mais lorsque la distance qui sépare les moufles est un peu considérable, on peut regarder ces cordes comme sensiblement parallèles.

Troisième expérience. Un poids de 60 grammes (environ 2 onces) attaché à l'extrémité de la corde qui embrasse le moufle fixe (fig. 33), fait équilibre avec un poids de 360 grammes (environ 12 onces) suspendu à la chape du moufle mobile.

213. Il faut toujours avoir égard au poids du moufle mobile, et le regarder comme faisant partie de la résistance.

214. Cette expérience fait voir que dans les moufles *le rapport de la puissance à la résistance, est celui de l'unité, au nombre des cordes qui embrassent les poulies dont l'assemblage forme le moufle mobile.*

215. Mais pourquoi, lorsqu'on emploie trois poulies mobiles formant un moufle, le rapport de la puissance à la résistance est-il moindre que lorsqu'on se sert de trois poulies mobiles montées séparément dans des chapes particulières. Il est aisé de sentir la raison de cette différence. L'équilibre ne peut exister pour le moufle, qu'il n'ait lieu pour chacune des poulies qui le composent, et que les deux parties de la corde qui embrassent chaque poulie ne soient également tendues. La somme de ces tensions fait équilibre à la résistance, ou la tension d'une de ces cordes multipliée par leur nombre, est égale à la résistance ; d'où il résulte que la tension d'une de ces cordes, ou la puissance, égale la résistance divisée par le nombre des cordes qui vont d'un moufle à l'autre, et conséquemment, que dans le cas de la dernière expérience où le moufle est composé de trois poulies mobiles, le rapport de

la puissance à la résistance est celui de 1 à 6. Il n'en est pas de même lorsqu'on emploie un système de poulies mobiles, dont chacune est isolée dans sa chape particulière. Alors la tension des cordes va en décroissant, depuis la première à laquelle est attaché le poids, jusqu'à la dernière; et les décroissemens suivent la progression géométrique 8, 4, 2, 1, dans le cas où il y a trois poulies mobiles, comme nous l'avons fait voir dans l'avant-dernière expérience.

216. Une roue dentée (fig. 34) peut être mise en mouvement par une vis. Pour cela, après avoir donné à la vis une hauteur de pas DE égale à une des divisions de la roue dentée, on la dispose de manière que son axe soit dans le plan de la roue, et que son filet engrène avec les dents. Tout étant ainsi disposé, si une puissance Q fait tourner la vis sur son axe, au moyen d'une manivelle FG, le filet entraîne les dents qui se succèdent les unes aux autres, et il fait tourner la roue malgré la résistance P qui s'oppose à son mouvement. Cette machine composée porte le nom de *vis sans fin*. La moindre puissance peut produire de très-grands effets à l'aide de cette machine: car pour chaque révolution de la roue, il faut autant de révolutions de la vis que la roue a de dents; si à cette roue on ajoute une autre roue dentée, la même puissance pourra vaincre une résistance plus considérable.

217. On joint aussi des poulies aux treuils, et de cette réunion il résulte une machine composée très-favorable à la puissance, et qui est connue sous

le nom de *grue*. Il est aisé de déterminer le rapport de la puissance à la résistance dans ces sortes de machines, d'après la loi que nous avons établie pour toutes les machines composées.

§ X.

De la résistance que fait naître le frottement.

218. Lorsqu'on considère, à l'aide du microscope, les corps les plus polis de la nature, il n'en est aucun dont la surface ne présente à l'observateur attentif un assemblage de petites éminences et de petites cavités : d'où il résulte que si l'on pose deux corps l'un sur l'autre, les parties hautes du premier s'engrènent dans les cavités du second. Veut-on les faire mouvoir l'un sur l'autre, les inégalités se heurtent et mettent obstacle au mouvement. C'est à cet obstacle que nous donnons le nom de *frottement*.

219. On peut faire parcourir à un corps la surface d'un autre corps, 1°. en appliquant successivement les mêmes parties de l'un à différentes parties de l'autre; comme quand on fait glisser un livre sur une table, ou lorsqu'on fait tourner une vis dans son écrou; et nous nommons ce frottement, *frottement des corps glissans*, ou *frottement de la première espèce;* 2°. en faisant toucher successivement différentes parties d'une surface à différentes parties d'une autre surface; comme lorsqu'on fait rouler une boule sur un billard; et nous donnons à ce dernier frottement, le nom de *frottement des corps roulans*, ou *frottement de la seconde espèce*.

220. Le frottement des corps glissans cause le plus souvent la rupture de ces petites éminences qui forment l'inégalité des surfaces : de là vient que nos habits, nos meubles, nos bijoux s'usent insensiblement et finissent par se détruire ; que nos couteaux, nos haches, nos rasoirs perdent bientôt le fil de leur tranchant ; que le soc de la charrue s'émousse dans le sein de la terre qu'il déchire ; que les pierres les plus dures s'altèrent sous le roulement continuel des torrens ; enfin que le marbre qui décore nos temples s'amincit à la longue sous les baisers de la multitude.

221. Dans le frottement des corps roulans, les éminences de l'un engagées dans les cavités de l'autre, se quittent à peu près comme les dents de deux roues de montre se désengrènent en roulant l'une sur l'autre.

222. Les physiciens ont fait jusqu'ici d'inutiles efforts pour estimer avec exactitude la valeur des frottemens. La diversité des parties qui composent les corps solides, la plus ou moins grande cohésion de ces parties, la différence qui existe entre les éminences et les cavités que présentent les surfaces de différens corps, sont des obstacles qui résistent avec opiniâtreté à la découverte d'une loi relative au frottement.

223. Toutes choses égales d'ailleurs, plus la surface des corps est semée d'aspérités, plus le frottement est considérable ; conséquemment la résistance qu'il fait naître augmente lorsque le poli de la surface diminue, et réciproquement.

224. Cette résistance dépend encore de la nature du frottement. Toutes choses égales d'ailleurs, le frottement des corps roulans est beaucoup moindre que celui des corps glissans.

225. Lorsqu'on craint qu'une voiture se précipite dans une descente trop rapide, on empêche les roues de tourner sur leur axe; alors les mêmes points de la circonférence glissent successivement sur différens points pris sur le terrain : c'est un frottement de la première espèce, qui résiste convenablement au mouvement de la voiture. Il n'en est pas ainsi quand chaque roue tourne sur son essieu : son frottement, quant à sa circonférence, est un frottement de la seconde espèce; et son mouvement, déjà très-libre, le seroit trop, s'il se trouvoit encore favorisé par une pente trop rapide.

226. Toutes choses égales d'ailleurs, le frottement augmente lorsqu'on fait croître la surface frottante.

227. Toutes choses égales d'ailleurs, le frottement augmente lorsqu'on fait croître les pressions.

Ces lois relatives au frottement sont fondées sur des expériences faciles à répéter avec le secours d'une machine ingénieuse, imaginée par Désaguiliers. Elle est aujourd'hui si généralement connue, que j'ai cru inutile d'en donner la description.

228. La vîtesse des surfaces frottantes est encore un des élémens qui entrent dans l'estimation de la résistance que fait naître le frottement.

Plus la vîtesse est grande, toutes choses égales d'ailleurs, plus la surface frottante parcourt d'espace

dans le même temps : d'où il résulte que ses parties saillantes s'engagent dans un plus grand nombre de cavités, et conséquemment, que la résistance qui résulte du frottement, augmente lorsqu'on fait croître la vitesse.

229. Ce que nous avons dit jusqu'ici, nous conduit à conclure que le frottement

1°. *Varie selon le poli de la surface;*

2°. *Varie selon les pressions;*

3°. *Varie selon les surfaces;*

4°. *Varie selon les vîtesses;*

5°. *Varie selon la nature du frottement.*

230. Mussenbroech a prouvé par un grand nombre d'expériences faites avec une machine qu'il appelle *tribomètre,* que, toutes choses égales d'ailleurs, deux corps homogènes éprouvent souvent plus de frottement que deux corps différens.

231. Camus a conclu de ses expériences, qu'il y dans les frottemens une différence produite par la nature des enduits, et que cette différence varie en raison des substances frottantes.

232. La physique doit à Coulomb un grand nombre de faits nouveaux, un grand nombre d'importans résultats qui regardent le frottement. Je vais exposer ici ceux que renferme un mémoire de ce célèbre physicien consigné dans le dixième volume des Savans étrangers. On trouvera dans la note qui termine cet article, ses belles expériences relatives au frottement des pivots.

1°. Le frottement des bois glissant à sec sur le bois, oppose, après un temps suffisant de repos,

une résistance proportionnelle aux pressions : cette résistance augmente sensiblement dans les premiers instans de repos ; mais après quelques minutes, elle paroît ordinairement à son *maximum*.

2°. Lorsque les bois glissent à sec sur les bois avec une vîtesse quelconque, le frottement est encore proportionnel aux pressions; mais son intensité est beaucoup moindre que celle que l'on éprouve en détachant les surfaces, après quelques instans de repos, on trouve que la force nécessaire pour détacher et faire glisser deux surfaces de chêne, après quelques minutes de repos, est à celle nécessaire pour vaincre le frottement, lorsque les surfaces ont déjà un degré de vîtesse quelconque, à peu près :: 9 : 2.

3°. Le frottement des métaux glissant sur les métaux sans enduit, est également proportionnel aux pressions; mais son intensité est la même, soit qu'on veuille détacher les surfaces après un temps quelconque de repos, soit qu'on veuille entretenir une vîtesse uniforme quelconque.

4°. Les surfaces hétérogènes, telles que le bois et les métaux glissant l'un sur l'autre, sans enduit, donnent pour leur frottement des résultats très-différens de ceux qui précèdent; car l'intensité de leur frottement, relativement au temps de repos, croît lentement, et ne parvient à sa limite qu'après quatre à cinq jours et quelquefois davantage, au lieu que dans les métaux elle y parvient dans un instant, et dans le bois, dans quelques minutes. Cet amortissement est même si lent, que la résistance du frot-

tement dans les vitesses insensibles, est presque la même que celle que l'on surmonte en ébranlant ou détachant les surfaces après quelques jours de repos. Ce n'est pas encore tout; dans les bois glissant sans enduit sur les bois, et dans les métaux glissant sur les métaux, la vitesse n'influe que très-peu sur les frottemens; mais ici les frottemens croissent très-sensiblement à mesure que l'on augmente la vitesse; ensorte que le frottement croît à peu près suivant une progression arithmétique, lorsque les vitesses croissent suivant une progression géométrique.

233. On diminue la résistance que fait naître le frottement, en enduisant les surfaces de quelque matière grasse ou fluide. On frotte de savon les bords d'une boîte dont le couvercle tient trop; on met de l'huile aux charnières pour en faciliter le jeu; on graisse le moyeu des roues en dedans. Ce sont autant de moyens par lesquels on remplit les inégalités les plus grossières des surfaces qui deviennent plus propres à glisser l'une sur l'autre. D'ailleurs, les molécules de ces fluides interposés changent l'espèce du frottement; leur forme sphérique les fait rouler avec facilité entre les surfaces qui leur servent de véhicule commun, et change ainsi le frottement des corps glissans en frottement des corps roulans.

NOTE.

Les corps qu'on fait tourner sur des pivots, sont ordinairement suspendus au moyen d'une chape de matière très-dure. La chape a dans son creux une forme conique, terminée à son sommet par une petite calotte concave, dont le rayon

de courbure est très-petit. La pointe du pivot qui soutient la chape forme à son sommet une petite surface courbe convexe, dont le rayon de courbure doit être encore plus petit que celui du fond de la chape. L'expérience prouve que la courbure du fond de la chape est irrégulière, et que le *frottement* d'une chape d'agate, tournant sur un pivot, est souvent cinq ou six fois plus considérable que le *moment* du *frottement* d'un plan d'agate très-poli, tournant sur le même pivot.

Ces considérations ont déterminé *Coulomb* à employer, dans le cours de ses expériences, non une chape, mais un plan très-poli, pour faire porter le corps sur la pointe d'un pivot. Pour empêcher le corps de glisser, il prend soin que son centre de gravité soit très-bas, relativement au point de suspension; il fait ensuite pirouetter le corps autour du pivot, en lui imprimant un mouvement de rotation; il observe exactement, à la faveur d'une montre à secondes, le temps que le corps emploie à faire les quatre ou cinq premiers tours, et il en déduit facilement un tour moyen pour déterminer la vîtesse primitive; il compte ensuite le nombre de tours que fait le corps avant de s'arrêter.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Coulomb a pris une cloche de verre de 48 lignes de diamètre et de 60 lignes de hauteur. Elle pesoit cinq onces. Il l'a placée sur la pointe d'un pivot; et après lui avoir successivement donné différens degrés de vîtesse autour de ce pivot, il a observé très-exactement le temps qu'elle employoit à faire le premier tour, ce qui lui a donné pour vîtesse moyenne celle qui répondoit à la moitié de ce premier tour; il a compté ensuite le nombre de tours que faisoit la cloche avant de s'arrêter, en tenant compte de la moitié du premier tour, auquel répondoit la vîtesse déterminée. Il en a résulté,

Premier essai. La cloche fait un tour en 4″, et s'arrête après 34 tours $\frac{1}{10}$.

Deuxième essai. La cloche fait un tour en 6″ $\frac{1}{4}$, et s'arrête après 14 tours $\frac{1}{10}$.

Troisième essai. La cloche fait un tour en 11″, et s'arrête après 4 tours $\frac{5}{10}$.

Mais si b désigne la vîtesse primitive, X l'espace parcouru depuis le commencement jusqu'à la fin du mouvement, A le *moment* constant de la force retardatrice; $\int\frac{\mu r^2}{a}$ la somme du produit de chaque molécule par le carré de sa distance r à l'axe de rotation, divisée par la quantité a, distance à l'axe de rotation du point dont la vîtesse primitive est b; il est aisé de trouver pour expression analytique du moment constant de la force retardatrice (*).

$$A = \frac{b^2}{2X}\int\frac{\mu r^2}{a}.$$

(*) Voici comment on peut parvenir à cette formule : concevons dans le corps qui tourne sur un pivot, une section perpendiculaire à l'axe de rotation; exprimons par a la distance d'un point donné à l'axe de rotation, et sa vîtesse par u; désignons par r la distance d'une petite molécule μ à l'axe de rotation : la vîtesse de la molécule μ autour de l'axe de rotation sera $\frac{\mu r}{a}$; et la variation instantanée du *moment* de cette molécule autour de l'axe de rotation sera $\frac{\mu r^2 du}{a}$; et comme le *moment* de la force supposée constante qui agit pour retarder le mouvement, égale la somme des incrémens du *moment* de toutes les molécules, il en résulte l'équation

$$Adt = -\, du\int\frac{\mu r^2}{a}.$$

Faisons dans cette formule dx l'espace parcouru dans le temps dt par un point dont la vîtesse est u, elle deviendra

$$Adx = -udu\int\frac{\mu r^2}{a};$$

et si A ou le *moment* de la force retardatrice est une quantité constante; si d'ailleurs, au commencement du mouvement, la vîtesse u est égale à b, la formule intégrée donnera

$$2Ax = (b^2 - uu)\int\frac{\mu r^2}{a}:$$

d'où il résulte que si le *moment* A du frottement est une quantité constante, si b est la vîtesse primitive, si X est l'espace parcouru par le point dont la vîtesse primitive est b, depuis l'instant où l'on a observé cette vîtesse jus-

Puisque dans les trois essais qui précèdent, l'on a employé la même cloche, $\int \frac{\mu r^2}{a}$ est la même quantité. $\frac{b^2}{X}$ doit donc être une quantité constante si A est constant, et réciproquement. Or, dans chaque essai, on a compté le temps employé par la fourchette à faire une révolution entière. La vîtesse moyenne, ou la vîtesse à la moitié de chaque première révolution sera donc mesurée par la circonférence parcourue, divisée par le temps employé à la parcourir. L'espace parcouru jusqu'à la fin du mouvement, sera mesuré par le nombre des tours parcourus depuis l'instant où l'on a déterminé la vîtesse moyenne jusqu'à la fin du mouvement. Ainsi, en calculant les trois essais, l'on formera le tableau suivant :

1er *essai*, 1 tour en 4″, s'arrête à 34″ $\frac{1}{10}$ tour, d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{547}$;
2ème *essai*, ... 6″ $\frac{1}{4}$ .... 14 $\frac{1}{10}$ .... $\frac{1}{550}$;
3ème *essai*, ... 11″ .... 4 $\frac{6}{10}$ .... $\frac{1}{557}$.

Cette expérience fait voir, de la manière la moins équivoque, que la quantité $\frac{b^2}{X}$, et conséquemment la quantité A qui exprime le *moment* du *frottement*, sont des quantités constantes, quel que soit le degré primitif de vîtesse; et que, conséquemment la vîtesse n'a aucune influence sur la résistance due au *frottement* des pivots, qui d'après cette observation, est nécessairement proportionnelle à une fonction de la pression.

---

qu'à la fin du mouvement, l'on aura à la fin du mouvement

$$A = \frac{b^2}{2X} \int \frac{\mu r^2}{a}.$$

Ainsi en faisant tourner un même corps sur la pointe d'un pivot avec plus ou moins de vîtesse, si le *moment* A de la résistance qui retarde son mouvement est une quantité constante, comme $\int \frac{\mu r^2}{a}$ est aussi une quantité constante, quel que soit le degré de vîtesse primitive b, $\frac{b^2}{2X}$ sera aussi une quantité constante.

Si l'on fait cette expérience dans le vide, on peut employer un corps beaucoup moins pesant et d'une forme quelconque, et l'on trouvera le même résultat.

Dans les expériences qui suivent, *Coulomb* a courbé un fil de laiton de 9 pouces de longueur; les branches parallèles sont à 24 lignes de distance l'une de l'autre; la partie du fil courbée a la forme d'un demi-cercle qui réunit les deux branches; sa longueur est d'environ 3 pouces; les deux branches verticales et parallèles ont également chacune 3 pouces de longueur. L'on attache avec de la cire, à l'extrémité de chaque branche verticale, une pièce de métal, et l'on met de la même manière au milieu de la partie concave du fil, pour servir de chape, un petit plan très-poli des différentes matières dont on veut déterminer le frottement sur la pointe du pivot; enfin l'on fixe au sommet d'un support une petite aiguille d'acier trempée, et dont il faut rendre la pointe plus ou moins fine, arrondie ou obtuse, suivant la nature des chapes, et suivant la pression qu'elles doivent éprouver. L'extrémité de l'aiguille dont *Coulomb* s'est servi dans les expériences suivantes, vue à la loupe, paroissoit former un angle conique de 18 à 20 degrés.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

Plan de grenat très-poli, servant de chape. Les pièces métalliques attachées aux extrémités des branches verticales du fil de laiton, pesant chacune 2 gros, et la fourchette 1 gros $\frac{1}{3}$.

Premier essai. La fourchette fait un tour en 12″, et s'arrête après 7 tours; d'où résulte $\frac{b^2}{X}=\frac{1}{1008}$.

Deuxième essai. La fourchette fait un tour en 23″, et s'arrête après 2 tours; d'où résulte $\frac{b^2}{X}=\frac{1}{1050}$.

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

Plan d'agate très-poli, sous la même charge.

Premier

Premier essai. La fourchette fait un tour en $9''$, et s'arréte après 10 tours et demi ; d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{851}$.

Deuxième essai. La fourchette fait un tour en $15''$, et s'arrête après 3 tours $\frac{1}{2}$; d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{844}$.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

Plan de cristal de roche très-poli sous la même charge.

Premier essai. La fourchette fait un tour en $13''$, et s'arrête après 4 tours $\frac{5}{8}$; d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{781}$.

Deuxième essai. La fourchette fait un tour en $14''\frac{1}{2}$, et s'arrête après 3 tours $\frac{3}{4}$, d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{787}$.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE.

Plan de verre très-poli, même charge.

Premier essai. La fourchette fait un tour en $8''\frac{3}{4}$, et s'arrête à 7 tours $\frac{1}{2}$; d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{570}$.

Deuxième essai. La fourchette fait un tour en $4''\frac{1}{4}$, et s'arrête à 2 tours $\frac{9}{10}$; d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{589}$.

SIXIÈME EXPÉRIENCE.

Plan d'acier trempé et poli, même charge.

Premier essai. La fourchette fait un tour en $17''$, et s'arrête à 1 tour $\frac{3}{4}$; d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{510}$.

Deuxième essai. La fourchette fait un tour en $8''$, et s'arrête après 7 tours $\frac{1}{4}$; d'où résulte $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{464}$.

Dans les cinq expériences que je viens de décrire, la quantité A, qui désigne le *moment* du frottement, est proportion-

nelle à $\frac{b^2}{X}$, puisque la pression est la même dans les cinq expériences; et il en résulte que si l'on prend, dans chaque expérience, la quantité moyenne qui représente $\frac{b^2}{X}$, on aura le *moment* du frottement de la pointe de l'aiguille contre les plans de grenat, d'agate, de cristal de roche, de verre et d'acier, dans les rapports des nombres $\frac{1}{1029}$, $\frac{1}{847}$, $\frac{1}{784}$, $\frac{1}{579}$, $\frac{1}{487}$; ensorte que le *moment* du frottement du plan de grenat étant représenté par l'unité, l'on aura, pour le *moment* du frottement de rotation des autres matières, le tableau suivant.

Frottement du grenat.............	1,000
de l'agate...............	1,214
du cristal de roche.......	1,313
du verre................	1,777
de l'acier...............	2,257

Coulomb s'est occupé, dans le même Mémoire, de déterminer la forme plus ou moins aiguë qu'il faut donner à la pointe des pivots. Pour cela, il a fait arrondir successivement en cône plus ou moins aigu l'extrémité d'une aiguille d'acier, et il a voulu voir par là si le changement de figure auroit quelque influence sur le frottement. Voici les résultats de ses expériences.

En conservant la même charge et la même distribution que dans sa deuxième expérience, il a trouvé que la pointe du pivot étant taillée à 45°, l'on avoit $\frac{b^2}{X}$ égale

Pour le grenat......................	$\frac{1}{2500}$
Pour l'agate.......................	$\frac{1}{2100}$
Pour le verre......................	$\frac{1}{1400}$
Pour l'acier trempé et bien poli.......	$\frac{1}{2000}$.

Coulomb a donné ensuite à la pointe une forme plus aiguë, de manière que l'angle du cône qui la termine, vu à la loupe, ne pouvoit guère s'évaluer à plus de 6 ou 7 degrés, et il a

trouvé, toujours sous la même pression, que la quantité $\frac{b^2}{X}$ égaloit

Pour l'agate........................ $\frac{2}{800}$
Pour le verre........................ $\frac{2}{450}$
Pour l'acier trempé et poli........... $\frac{1}{230}$.

Si l'on compare, d'après ces différens essais, le moment du *frottement* de rotation de la pointe de différens pivots contre un plan d'agate, l'on trouve la quantité $\frac{b^2}{X}$, qui représente le *moment* de ce *frottement*;

Pour un pivot à 45°.............$\frac{b^2}{X} = \frac{1}{2100}$
15°............ $\frac{1}{1200}$
6°............. $\frac{1}{600}$.

Jusqu'ici la charge des pivots a été la même. *Coulomb* l'a fait varier dans les expériences qui suivent, et détermine ainsi le *moment* du *frottement* des pivots comparés sous différens degrés de pression. Pour cela, il a pris un petit plan de verre qu'il a fixé au milieu de la partie concave de la fourchette, et il a mis successivement aux extrémités de ses branches parallèles et verticales des pièces métalliques de différens poids. Il a fait ensuite tourner la fourchette sur la pointe d'un pivot, dont l'angle étoit à peu près de 45 degrés, et l'on a eu,

SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

La fourchette pèse 1 gros $\frac{1}{3}$; chacune des pièces métalliques fixées aux extrémités de ses branches verticales pèse 2 gros; ainsi le pivot est chargé de 5,33 gros. Les pièces métalliques sont à 24 lignes de distance l'une de l'autre, ou à 12 lignes de l'axe de rotation.

Premier essai. La fourchette fait un tour en 24″, et s'arrête après 2 tours; d'où $\frac{b^2}{X}$........ $\frac{1}{1128}$.

Deuxième essai. La fourchette fait un tour en 14″, et s'arrête à 5 tours $\frac{3}{4}$; d'où $\frac{b^2}{X} \cdots\cdots\cdots \frac{1}{1127}$.

Troisième essai. La fourchette fait un tour en 10″, et s'arrête à 11 tours $\frac{3}{4}$; d'où $\frac{b^2}{X} \cdots\cdots\cdots \frac{1}{1175}$.

HUITIÈME EXPÉRIENCE.

La fourchette est chargée de 2 pièces métalliques pesant ensemble 25 gros $\frac{1}{3}$; ainsi le pivot est chargé de 16,66 gros.

Premier essai. La fourchette fait un tour en 9″, et s'arrête à 10 tours $\frac{1}{4}$; d'où $\frac{b^2}{X} \cdots\cdots\cdots \frac{1}{830}$.

Deuxième essai. La fourchette fait un tour en 13″, et s'arrête à 4 tours $\frac{3}{4}$; d'où $\frac{b^2}{X} \cdots\cdots\cdots \frac{1}{802}$.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

La fourchette est chargée de 4 pièces métalliques, pesant ensemble 30 gros $\frac{2}{3}$; ainsi le pivot est chargé de 32 gros.

Premier essai. La fourchette fait un tour en 11″, et s'arrête à 5 tours $\frac{3}{8}$; d'où $\frac{b^2}{X} \cdots\cdots\cdots \frac{1}{650}$.

Deuxième essai. La fourchette fait un tour en 22″, et s'arrête à un tour $\frac{6}{80}$; d'où $\frac{b^2}{X} \cdots\cdots\cdots \frac{1}{665}$.

DIXIÈME EXPÉRIENCE.

On a substitué un plan de grenat au plan de verre.

Premier essai. Le pivot chargé de 5 gros $\frac{1}{3}$; l'on a eu...

$\frac{b^2}{X} \cdots\cdots\cdots \frac{1}{2400}$.

Deuxième essai. Le pivot chargé de 16 gros $\frac{1}{2}$ a donné...

$\frac{b^2}{X} \cdots\cdots\cdots \frac{1}{1350}$.

Si l'on combine les résultats des expériences décrites il est aisé d'en conclure,

1°. Que le *frottement* des pivots est indépendant des vîtesses, et qu'il est comme une fonction de la pression.

2°. Que le *frottement* du grenat est moindre que celui du verre.

3°. Que la figure de la pointe du pivot, plus ou moins aiguë, influe sur la quantité du *frottement*, de manière que lorsqu'on fait pirouetter sur la pointe d'une aiguille un corps pesant plus de 5 ou 6 gros, l'angle le plus avantageux de cette pointe paroît être de 30 à 45 degrés; sous un moindre poids, l'on peut diminuer progressivement cet angle, sans que le *frottement* augmente bien sensiblement: il peut même, sans un grand inconvénient, avec le bon acier, être réduit à 10 à 12 degrés, lorsque la charge n'excède pas 100 grains; observation importante dans la suspension des corps légers sur des chapes.

Ici la théorie confirme les résultats de l'expérience, et c'est ce merveilleux accord qui les rend plus précieux à la science et plus recommandables aux artistes. (*Voyez*, pour plus de détails, le *Mémoire de Coulomb*, dans le *Recueil de l'Académie*, année 1790.)

§ XI.

Des résistances qui resultent de la roideur des cordes destinées à transmettre le mouvement.

234. Les cordes sont des corps longs, flexibles, quelquefois simples, mais le plus souvent composés de plusieurs cordons formés par un assemblage de fils de chanvre, que le cordier tord plus ou moins.

235. Les cordes sont d'un usage indispensable dans le service de plusieurs machines, telles que la poulie, le treuil, le cabestan, etc. Leur roideur est un obstacle qui doit entrer pour beaucoup dans l'es-

timation de la résistance. Plus une corde est roide, plus, toutes choses égales d'ailleurs, elle résiste à la force qui tend à la plier sur un cylindre. Elle exige donc de la part de la puissance un plus grand effort, qu'il importe toujours d'apprécier dans la pratique.

236. *Amontons* a fait sur cet objet de nombreuses expériences; et quoique les résultats auxquels elles l'ont conduit ne soient pas très-satisfaisans, on doit néanmoins lui tenir compte d'avoir frayé la route. *Desaguilliers* s'est occupé ensuite du même objet avec plus de soin et plus d'exactitude. *Coulomb* a enfin renchéri sur les travaux de ces célèbres physiciens. Avant de présenter les résultats de leurs recherches, il importe d'indiquer la manière dont ils ont procédé en faisant leurs expériences.

237. Les deux cordes R*r*, R*r*, (fig. 35) sont éloignées l'une de l'autre d'environ deux décimètres (8 pouces), et attachées aux deux points fixes R, R. A l'extrémité inférieure est un bassin S sur lequel on pose le poids P pour tendre les cordes. C*c* est un cylindre de la longueur d'environ trois décimètres (1 pied), autour duquel on fait faire un tour aux cordes. Le cylindre est enveloppé par un cordon *m* auquel on suspend le petit bassin G, dans lequel on met des poids jusqu'à ce que le cylindre C*c* soit tiré en bas par ces mêmes poids.

238. *Tableau des résultats obtenus par* Amontons, *en employant dans ses expériences des cylindres et des cordes de différens diamètres que l'on a chargés de poids différens.*

Poids supportés par les cordes, exprimés en kilogrammes.	RÉSISTANCE DES CORDES autour d'un cylindre de			Rapport de grosseur des cordes.
	16 millim.	32 millim.	48 millim.	
29,34.....	135	114	90	3
	90	76	60	2
	45	38	30	1
19,56.....	90	76	60	3
	60	50,6	40	2
	30	25,3	20	1
9,78.....	45	38	30	3
	30	25,5	20	2
	15	12,6	10	1

D'où il conclut que la résistance des cordes est,

1°. *Proportionnelle aux poids ;*

2°. *Proportionnelle à leur diamètre ;*

3°. *Augmente suivant le diamètre du cylindre, mais dans les rapports* 6, 5, 4, 3, *pour des cylindres* de 1, 2, 3, 4.

239. *Tableau des résultats obtenus par* Desaguilliers, *sur des expériences analogues.*

Poids supportés par les cordes, exprimés en kilogrammes.	RÉSISTANCE DES CORDES autour d'un cylindre de			Rapport de grosseur des cordes.
	16 millim.	32 millim.	48 millim.	
29,34.....	225	112,5	75	5
	90	45	30	2
	45	22,5	15	1
19,56.....	150	75	50	5
	60	30	20	2
	30	15	10	1
9,78.....	75	37	25	5
	30	15	15	2
	15	7,5	5	1

D'où il conclut que la résistance des cordes est,

1°. *Proportionnelle aux poids ;*

2°. *Proportionnelle à leur diamètre ;*

3° *En raison inverse des diamètres des cylindres.*

240. *Coulomb* a fait sur le même objet un grand nombre d'expériences avec deux machines; l'une, celle d'*Amontons;* l'autre, un cylindre mouvant sur un plan. Elles sont consignées dans le mémoire que nous avons cité, et ce physicien en conclut,

1°. Que relativement à la pratique, dans toutes les machines de rotation, le rapport de la pression au frottement peut toujours être supposé constant, et que la vîtesse y influe trop peu pour qu'on doive y avoir égard ;

2°. Que la résistance qu'il faut vaincre pour lier une corde sur un rouleau, peut être représentée par la formule

$$\frac{ak^m}{R} + \frac{bk^m}{R}Q,$$

composée de deux termes.

Le premier est une quantité constante, indépendante de la tension et de la force.

$a =$ Quantité constante, déterminée par l'expérience.

$k^m =$ Une puissance du diamètre de la corde.

$R =$ Le rayon du rouleau.

Dans le second terme :

$b =$ Une quantité constante.

$k^m =$ A peu près la même puissance du diamètre de la corde.

$Q =$ La tension de la corde.

Dans les cordes de cinq à six fils courts et au-dessus, $^m = 2$.

Dans les cordes à demi usées, $^m = \frac{3}{2}$.

241. *Coulomb* a cherché encore à déterminer, par des expériences, combien les cordes pouvoient influer sur la résistance, à raison de leur humidité et de leur sécheresse ; il en tire la conséquence, que les cordes sèches suivent une autre marche que les cordes humides.

242. La roideur des cordes a principalement pour cause le tors qu'on donne aux fils ou aux cordons qui les composent ; il est néanmoins avantageux de les tordre. Les fils ou cordons dont une corde est composée, n'ont pas la même fermeté dans toute

leur longueur, d'où il résulte que chaque fil ou chaque cordon ne peut porter le même poids dans toute sa longueur. En tortillant ensemble plusieurs fils ou plusieurs cordons, les parties foibles de l'un s'unissent pour ainsi dire aux parties fortes de l'autre, et cette espèce d'union donne au tout qui en résulte plus de fermeté et de vigueur. Les expériences de *Duhamel* attestent cette vérité ; cependant le tors qu'on doit donner aux cordes a une limite qu'il est dangereux de franchir. L'expérience ne nous permet pas de douter qu'une corde de chanvre raccourcie par le tors du tiers de sa longueur, étant en état de porter un poids de 210 myriagrammes (4290 liv.) sans se rompre, une autre corde semblable, fabriquée avec le même chanvre, mais moins torse que la première, au point de n'être raccourcie que du quart de sa longueur, peut supporter un poids de 257,44 myriagrammes (5259 liv.). Elle seroit capable de supporter un plus grand poids, si elle n'étoit torse qu'au point de n'être raccourcie que du cinquième de sa longueur. Ces sortes d'expériences sont d'autant moins équivoques qu'elles ont été répétées avec le même succès par un grand nombre de physiciens. Ceux qui président les ateliers où l'on fabrique les cordes, devroient en profiter pour détruire la funeste habitude où l'on est de tordre les cordes au point de les raccourcir du tiers de leur longueur. Cette torsion trop considérable fait acquérir aux cordes une dureté et une beauté illusoires aux dépens de la fermeté et de la force.

LIVRE II.

SECONDE PARTIE.

De l'Inertie des Fluides.

243. Les phénomènes qui appartiennent à l'inertie des fluides, ont principalement pour objet les différentes lois que les fluides observent dans leur pression ; l'équilibre des corps flottans et des corps plongés ; la détermination des pesanteurs spécifiques ; les circonstances qui accompagnent l'écoulement d'un vase entretenu ou non entretenu constamment plein ; celles qui regardent les eaux jaillissantes et les tuyaux de conduite ; enfin, la résistance que les fluides opposent au mouvement des corps.

CHAPITRE PREMIER.

Des différentes lois que les fluides observent dans leur pression.

244. On appelle fluide un corps dont les molécules ont entr'elles si peu d'adhérence, qu'elles cèdent à la plus légère pression, de manière à rouler les unes sur les autres sans altérer leur figure. Nous

verrons dans la suite qu'il est toujours possible, qu'il est même facile dans certaines circonstances, de convertir un solide en fluide, et réciproquement. Nous tâcherons même de déterminer la cause de cette espèce de métamorphose, qui est une modification accidentelle de la matière, et qui ne peut altérer en aucune manière sa nature. Les fluides et les solides sont donc composés de molécules de même nature, et conséquemment les molécules des fluides jouissent de la pesanteur comme celle des solides.

245. Si la pesanteur des molécules d'un fluide n'est pas sensible dans le fluide même, cela vient de ce que les molécules inférieures soutiennent les supérieures et les empêchent de descendre. La pesanteur n'est pas pour cela détruite, puisque le fluide contenu dans un vase agit par son poids d'une manière sensible, et proportionnellement à sa masse, sur le bassin d'une balance dans laquelle le vase est supposé placé. L'expérience suivante démontre sensiblement que les molécules des fluides conservent leur pesanteur partout dans un fluide.

Première expérience. Plongez dans l'eau une fiole bouchée et suspendue par un crin; débouchez la fiole en la tenant toujours plongée; l'eau qui va remplir la capacité de cette fiole en augmente beaucoup le poids, quoiqu'elle ait communication avec l'eau extérieure.

246. Il suit de là, que les molécules inférieures d'un fluide soutiennent les supérieures, et en sont comprimées proportionnellement à la hauteur du

fluide au-dessus des molécules comprimées ; mais cette pression exercée par les fluides, en vertu de leur pesanteur, diffère de celle des solides ; et c'est cette différence qu'il importe d'apprécier.

247. Toutes les molécules qui composent les solides sont étroitement unies entr'elles ; elles font un seul et même tout ; leur effort se concentre, pour ainsi dire, en un seul point, que nous avons appelé *centre de gravité*. Il n'en est pas ainsi des fluides ; toutes leurs molécules sont indépendantes les unes des autres ; elles ont entr'elles si peu d'adhérence, qu'elles cèdent au moindre effort qu'on fait pour les séparer : d'où il résulte qu'elles exercent leur pression indépendamment les unes des autres.

Il y a plus, les solides n'exercent leur pression que dans le sens de la gravité, c'est-à-dire, de haut en bas ; les fluides pressent selon toutes sortes de directions. Cette pression en tous sens est une loi de la nature qui caractérise les fluides.

248. *Les fluides pressent de bas en haut.*

Deuxième expérience. On plonge dans l'eau un tube de verre, non capillaire, ouvert par les deux bouts, et dont on bouche une extrémité avec le pouce. Le tube étant rempli d'air, l'eau n'y monte qu'à une très-petite hauteur. Sitôt qu'on ôte le pouce, pour que l'air comprimé puisse s'échapper, l'eau monte sensiblement dans le tube. Elle jaillit même à une hauteur supérieure à celle de la surface de l'eau : d'où il résulte que l'eau contenue dans le tube, reçoit une impulsion dans un sens contraire à la

pesanteur, et conséquemment, que les fluides pressent de bas en haut.

Troisième expérience. On prend un large verre, dans lequel on en met un autre moins large dont le fond puisse être chargé de quelque poids. On verse ensuite lentement de l'eau dans le verre qui a le plus grand diamètre; et lorsqu'on en a versé jusqu'à une certaine hauteur, le verre qui a moins de capacité, s'élève avec le poids dont il est chargé, et commence à flotter sur la surface de l'eau : d'où il résulte que l'eau exerce sur le fond du verre une pression de bas en haut.

Quatrième expérience. On prend un vase cylindrique ouvert par les deux bouts : on applique à son extrémité inférieure un plan métallique d'environ 7 millimètres (3 lignes) d'épaisseur, recouvert d'un cuir mouillé, et soutenu par un fil attaché à son centre, jusqu'à ce qu'il soit plongé dans l'eau à environ 8 centimètres (3 pouces) de profondeur. Le fil étant lâché, le plan métallique reste appliqué à l'orifice du vase, et est conséquemment soutenu par l'eau, jusqu'à ce que le fluide s'insinuant entre la jonction des deux pièces, se soit suffisamment élevé dans l'intérieur du vase, pour exercer sur le plan métallique une pression de haut en bas, qui détruise la pression de bas en haut qui le tient appliqué à l'orifice du vase.

On utilise dans bien des circonstances, cette propriété qu'ont les fluides, de presser de bas en haut. Veut-on tirer de l'eau des puits qui sont fort profonds ? On se sert de deux seaux attachés aux deux

extrémités d'une même corde qui embrasse un tambour qu'on fait tourner, de manière que l'un descend pendant que l'autre monte. Comme ces seaux sont ordinairement fort grands, et qu'on est souvent obligé de leur donner de la longueur aux dépens de la largeur, pour s'accommoder à la largeur du puits, on prend le parti de les emplir par le fond; et, pour cet effet, on y pratique une ou plusieurs soupapes, qui laissent entrer l'eau dans le seau sans lui permettre d'en sortir.

249. *Les fluides exercent une pression latérale.*

Cinquième expérience. On prend un tube recourbé ouvert par les deux bouts, et dont les branches d'inégale longueur fassent entr'elles un angle quelconque. On bouche avec le pouce l'orifice de la longue branche, et on plonge dans l'eau l'autre extrémité. Sitôt qu'on ôte le doigt, l'eau monte sensiblement dans la longue branche, et cette ascension ne peut avoir pour cause qu'une impulsion latérale que reçoivent, des molécules voisines, celles qui se trouvent à l'orifice du tube. C'est en vertu de cette pression latérale qu'un tonneau plein d'un fluide se vide quand on le perce sur le côté.

250. *La pression exercée sur les molécules inférieures d'un fluide par la pesanteur du fluide supérieur est égale dans tous les sens.*

Sixième expérience. On plonge dans l'eau les tubes de verre A, B, C, D (fig. 36), ouverts par les deux bouts, et dont on bouche une extrémité avec le pouce. Sitôt qu'on ôte le pouce, l'eau monte dans tous à la même hauteur. Dans le tube A, la pression

est dirigée de bas en haut; dans le tuyau B, de haut en bas; dans le tuyau C, elle est latérale; dans le tuyau D, elle est oblique. Si l'on verse dans le vase une plus grande quantité d'eau, elle monte aussi également dans tous les tubes.

251. Il suit de là, 1°. que chaque molécule d'un fluide est également pressée de toutes parts, et conséquemment qu'elle est en repos : les molécules des fluides ne sont donc pas continuellement en mouvement entr'elles, comme plusieurs physiciens l'ont prétendu. Si dans certaines circonstances le mouvement a lieu, il est toujours l'effet d'une cause particulière.

2°. Il suit de cette égalité de pression en tous sens, que la surface d'un fluide abandonné à lui-même, doit toujours devenir plane et parallèle à l'horizon. S'il en étoit autrement, certaines colonnes deviendroient plus élevées que les autres ; les molécules inférieures qui répondroient à des colonnes plus élevées, seroient donc plus pressées que leurs voisines qui répondroient à des colonnes d'une moindre hauteur. Les premières exerceroient donc sur les secondes une pression latérale et effective. Celles-ci agiroient en tout sens avec une force égale à la force comprimante, et feroient par conséquent effort pour élever les molécules supérieures qui obéiroient à cette action. L'équilibre ne peut donc s'établir et le fluide être en repos, que lorsque la surface devient plane et parallèle à l'horizon.

252. La pression qu'un fluide exerce contre une surface quelconque, est perpendiculaire à chacun

de

de ses élémens : si elle étoit oblique, il faudroit la décomposer en deux, dont l'une seroit perpendiculaire à la surface, et conséquemment effective, tandis que l'autre, qui auroit une direction parallèle à la surface, ne produiroit sur elle aucun effet.

253. *Les fluides pressent en raison de leur hauteur perpendiculaire, quelle que soit leur quantité et la figure des vases qui les renferment.*

Soit *abcd* (fig. 37), un vase prismatique et vertical contenant de l'eau ; soit *ab* la surface supérieure du fluide, et *cd* le fond du vase : la pression exercée sur chacune des parties du fond, comme *gh*, est égale au poids d'une colonne d'eau *ghik*, dont la partie *gh* est la base, et *gi* ou *hk*, la hauteur perpendiculaire. S'il en étoit autrement, il faudroit que *gh* soutînt un plus petit ou un plus grand poids que celui de la colonne *ghik*, ce qui ne pourroit provenir que des colonnes collatérales *acgi*, *bdhk*. Si *gh* soutenoit un plus grand poids que celui de la colonne *ghik*, pour la même raison, *cg* soutiendroit un plus grand poids que celui de la colonne *acgi*, et *hd* un plus grand aussi que celui de la colonne *bdhk* : d'où il résulte que toutes les parties *cg*, *gh*, *hd*, du plan *cd*, soutiendroient ensemble un effort plus grand que celui de tout le fluide renfermé dans le vase prismatique *abcd*, ce qui est évidemment absurde. Il est aisé de démontrer, par un semblable raisonnement, que *gh* ne peut soutenir un plus petit poids que celui de la colonne *ghik* : d'où il résulte que le poids de la colonne qui est perpendiculaire au-dessus du plan,

est la mesure exacte de la pression que soutient le plan.

Faisons varier à présent la figure du vase, ainsi que la quantité du fluide qu'il renferme ; la pression sera toujours la même, si la perpendiculaire entre la base *gh* et la surface du fluide renfermé dans le vase reste la même. Soit le vase *lnghom* (fig. 38 et 39) dont la figure est irrégulière. Soit *lm* la surface du fluide. Si la distance perpendiculaire entre *gh* et *lm* ; savoir *gi* ou *hk* est la même que ci-devant, la pression exercée par le fluide contenu dans le vase *lnghom*, contre le plan *gh*, sera égale au poids de la colonne d'eau *ghik* (fig. 37).

Pour démontrer la vérité de cette espèce de paradoxe, concevons chacun de ces vases placé dans un autre d'un plus grand diamètre, tel que *abcd*. La pression exercée sur *gh* sera toujours la même, soit que nous supposions le fluide *lnghom*, contenu dans son propre vaisseau, ou qu'imaginant ce vaisseau enlevé, nous supposions à sa place le fluide *acgnl* et *bdhom* : on peut en effet concevoir le fluide du petit vase comme retenu par celui du grand qui l'environne de tous côtés, comme il l'étoit par le premier vase. Supposons à présent que tout est en repos ; il est évident dans ce dernier cas, où le fluide environnant *acgnl* et *bdhom* est supposé servir de vase au fluide *lnghom* ; il est évident, dis-je, que la pression sur *gh* est égale au poids de toute la colonne *ghik*, comme nous l'avons déjà prouvé : donc, dans le premier cas, quand le fluide *lnghom* étoit renfermé dans son propre vase, sa pression

sur *gh* étoit aussi égale au poids de la même colonne *ghik*. Il est aisé de démontrer, en raisonnant de la même manière, qu'un fluide renfermé dans quelque vase que ce soit, de figure irrégulière comme *lnghom* (fig. 40), pressera le fond avec une force égale au poids de la colonne du fluide qui auroit le même fond pour base, et *gi* ou *hk*, perpendiculaire entre les deux plans *gh*, *ik* pour sa hauteur ; or, le poids d'une colonne de fluide qui auroit le même fond *gh* pour base, et *gi* ou *hk* pour sa hauteur, est égal au produit de cette base par la hauteur *gi* ; d'où il résulte que la pression exercée par un fluide sur le fond d'un vase quelconque, régulier, ou irrégulier, doit s'estimer par le produit du nombre qui exprime le fond du vase, par celui qui exprime la hauteur perpendiculaire entre le plan de la base, et le plan du niveau de fluide.

Pour rendre sensible cette loi de la nature, Pascal imagina un appareil dont voici la description.

Septième expérience. On élève deux montans CD, CD, sur les deux côtés d'une caisse AB (fig. 41) ; dans la largeur de ces montans, glissent à rainures les deux queues F, F d'une traverse GH. Cette traverse porte deux supports K, I, sur le haut desquels roulent les axes de deux romaines M, L, qui sont terminées par deux arcs de cercle décrits du centre commun de leur mouvement. La traverse GH est ouverte en *ef*, pour laisser passer un cordon dont les extrémités sont attachées en *a* et *b*, et auquel on a accroché le fil de laiton *cd*.

Au milieu de la caisse AB, est monté à vis un cylindre de cuivre NO, d'environ deux décimètres (7 pouc. 4 lig.) de hauteur et d'un décimètre, (environ 3 pouc. $\frac{1}{2}$) de diamètre, suivant la grosseur du vase cylindrique R. Dans ce cylindre, qui doit être bien calibré dans toute sa hauteur intérieure, glisse un piston P fait de cuivre, recouvert d'un cuir gras. Ce piston doit glisser grassement dans ce cylindre, et le remplir assez exactement pour sceller l'eau.

Pour retenir le piston et l'empêcher de tomber dans la caisse, on visse au bas du cylindre NO, un fond ouvert à son centre, d'un trou d'environ six centimètres (2 pouces 3 lignes) de diamètre, pour ménager une issue à l'air lorsque le piston descend. On monte aussi à vis un cercle de cuivre, dans l'intérieur et sur le bord supérieur du cylindre NO, lorsque le piston P est placé. Ce cercle fait un rebord qui retient le piston, et qui l'empêche, lorsqu'il s'élève, de venir frapper contre le bord des vaisseaux de cristal qui surmontent le cylindre.

R, S, T, sont trois vaisseaux de cristal de forme et de capacité différentes, mais réduits vers le bas, au même diamètre, par des viroles de cuivre qui y sont mastiquées. Le premier, R, est cylindrique, et de même diamètre que le piston P qui lui sert de base lorsqu'il est monté sur le cylindre NO; le second, S, est extrêmement évasé par le haut; le troisième est un tube de deux ou trois centimètres de diamètre, mais élargi vers le bas par une virole de cuivre V, qui le ramène aux mêmes dimensions que

le précédent. Il est surmonté d'une espèce d'entonnoir X, destiné à recevoir l'eau qui excéderoit les bords de ce vaisseau dans l'opération.

Après ces préparatifs préliminaires, on établit sur la machine le vaisseau cylindrique R; on le remplit d'eau jusqu'en *g*. On suspend ensuite aux extrémités *h* et *i* des romaines, des poids *p*, *p* qui soient suffisans pour enlever le piston P.

On substitue le vaisseau S au vaisseau R; on remplit ce vase jusqu'en *g*; et les mêmes poids *p*, *p* suffisent pour enlever le piston.

Enfin on substitue le vaisseau T au vaisseau S; on le remplit d'eau jusqu'en *g*; et les mêmes poids sont suffisans pour déterminer l'ascension du piston.

Le frottement que le piston éprouve, lorsqu'il se meut dans le cylindre NO, étant le même dans les trois cas, nous devons juger de la pression exercée par l'eau sur la base commune à ces trois vaisseaux, par les poids qu'il faut suspendre aux extrémités des romaines pour enlever cette masse mobile. Ces poids sont les mêmes dans les trois cas: la pression est donc constamment la même, et conséquemment la pression qu'exercent les fluides sur une base donnée, est en raison de la hauteur perpendiculaire, quelle que soit leur quantité et la figure des vases qui les renferment. Il n'est donc pas étonnant qu'on fasse crever un tonneau déjà plein, en le chargeant de quelques kilogrammes d'eau employés dans un tuyau de 10 à 12 mètres de longueur.

254. *Un fluide presse non seulement le fond, mais encore les côtés du vase qui le renferme.*

Supposons que le vase soit cubique et placé sur un plan horizontal; dans cette supposition, le même nombre de molécules comprime le fond et le côté : d'où il résulte que la pression exercée sur le fond, est à la pression exercée sur le côté, comme la somme des distances perpendiculaires des molécules qui pressent la base au plan du niveau du fluide, est à la somme des distances perpendiculaires des molécules qui pressent le côté à ce même plan. Les distances perpendiculaires des molécules qui pressent le côté sont différentes, et suivent, à commencer par celle du niveau, le rapport des termes de la progression arithmétique 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc. La distance perpendiculaire au plan du niveau du fluide est évidemment la même pour toutes les molécules qui pressent le fond horizontal du vase cubique, et elle égale la distance de la dernière molécule qui presse le côté à ce même plan : nous pouvons représenter les distances des molécules qui pressent le fond, par cette progression 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, etc., du même nombre de termes que la précédente, dont tous les termes sont égaux, et dont chacun est égal au plus grand terme de la première; or, la somme des termes de cette dernière progression est évidemment double de la somme des termes de la première. En un mot, la pression exercée sur le fond d'un vase cubique peut être représentée par la surface d'un carré, tandis que la pression exercée

sur le côté du même vase, sera exprimée par la surface d'un triangle de même base et de même hauteur: d'où il résulte que la pression exercée par un fluide sur le fond d'un vase cubique, est double de la pression qu'il exerce sur le côté.

255. Exprimons par 1 la pression exercée par un fluide sur le fond d'un vase cubique; la pression exercée sur chacun des côtés est $\frac{1}{2}$, et conséquemment la pression totale est 3. Si nous supposons le fluide converti en solide, il n'agit que sur le fond à la manière des solides. Dans cet état, la pression qu'il exerce égale l'unité; et conséquemment la pression totale qu'un fluide exerce lorsqu'il est renfermé dans un vase cubique, est à celle qu'il exerce lorsqu'il est converti en solide, comme 3 sont à 1.

256. Il nous reste à déterminer la pression exercée par un fluide sur une surface inclinée. Il faut pour cela concevoir menées de tous les points de la surface, des perpendiculaires au plan du niveau du fluide. En multipliant la surface inclinée par la somme de ces perpendiculaires, on aura la pression totale que le fluide exerce sur cette surface. Il est plus simple de multiplier la surface inclinée, par la distance de son centre de gravité au plan du niveau du fluide.

257. Veut-on, d'après ces principes, estimer la pression que soutient une digue? Il faut multiplier sa surface par la distance perpendiculaire de son centre de gravité au plan du niveau du fluide. Si, par exemple, une digue a 10,55 mètres carrés (100 pieds carrés) de surface, et que la distance

perpendiculaire de son centre de gravité au plan du niveau de l'eau, soit 3,9 mètres (12 pieds), la pression exercée sur la digue égale le poids d'une colonne d'eau de 41,133 mètres cubes (1200 pieds cubes); et comme le poids d'un mètre cube d'eau est d'environ 1022,814 kilogr., il en résulte que la digue soutient un effort de 42293,32 kil. (86400 liv.); pour résister à cette action, il faut que la digue ait une épaisseur de 1,46 mètres (4 pieds et demi).

258. On peut évaluer, de la même manière, la pression que soutiendroit un homme plongé dans l'eau à une certaine profondeur; par exemple, à celle de 10,4 mètres (32 pieds). La surface d'un homme de moyenne stature est d'environ 1,583 mètres carrés (15 pieds carrés); et comme le poids d'un mètre cube d'eau est à peu près de 1028,214 kil.; il en résulte qu'un homme plongé dans l'eau à la profondeur de 10,4 mètres (32 pieds), soutient une pression de 16917,33 kil. (34560 liv.). Telle est la pression qu'exerce sur nous le fluide aériforme dans lequel nous sommes continuellement plongés; car nous verrons bientôt que l'air est pesant, et qu'il exerce sur nous, en vertu de sa pesanteur, une pression équivalente à celle d'une colonne d'eau qui auroit la surface de notre corps pour base, et une hauteur de 10,4 mètres (32 pieds). On parvient à déterminer la surface d'un homme de moyenne stature, en le couvrant absolument dans toutes ses parties d'un tissu qu'on mesure en mètres ou en pieds carrés.

259. *Dans les tubes, soit égaux, soit inégaux,*

soit droits, soit obliques, qui communiquent entr'eux, un fluide doit monter à la même hauteur, c'est-à-dire, qu'il ne peut être en repos, si toutes les surfaces supérieures ne sont dans un même plan parallèle à l'horizon.

Huitième expérience. On met de l'eau dans le tube de verre B (fig. 42) qui est joint avec le tube de verre D, par le moyen d'un tube CE qui a une situation horizontale. Après une agitation quelconque, l'eau n'est point en repos, à moins que les surfaces supérieures ne soient dans un même plan parallèle à l'horizon.

L'eau contenue dans le tube B agit sur celle qui est contenue dans le tube D, et réciproquement à la faveur du tube CE. Elle ne peut donc être en repos, à moins qu'il n'y ait égalité entre ces actions opposées ; ces actions sont comme les pressions ; la base est ici commune, les pressions sont donc comme les hauteurs, et conséquemment l'eau ne peut être en repos, si elle n'a la même hauteur dans les tubes ; c'est-à-dire, si les surfaces supérieures ne sont dans un même plan parallèle à l'horizon.

260. La connoissance de cette loi de la nature a fait naître l'importante découverte des tuyaux de conduite. Les anciens, qui n'en soupçonnoient pas même l'existence, s'épuisoient en frais et en fatigues lorsqu'il s'agissoit de conduire des eaux à une très-grande distance. De là ces superbes aqueducs, qui ont coûté si cher aux Romains, pour faire passer l'eau d'une montagne à une autre. Les canaux sou-

terrains y étoient aussi quelquefois employés; mais ce n'étoit que dans des circonstances où les eaux devoient être conduites dans des lieux moins élevés. Les physiciens modernes ont su mettre à profit la tendance qu'ont les fluides à s'élever à la même hauteur dans des tubes qui communiquent entr'eux. S'agit-il de porter l'eau dans des lieux fort élevés; on y construit un réservoir un peu moins élevé que l'endroit d'où l'eau qu'on veut y amener prend sa source. Alors, à l'aide des tuyaux de conduite qui descendent de la source, et qui s'élèvent ensuite pour aboutir au réservoir, on parvient à amener l'eau au lieu de sa destination.

261. Tous les fluides ne pèsent pas également, c'est-à-dire, qu'ils ne contiennent pas la même quantité de matière sous le même volume; ainsi, du mercure renfermé dans un espace déterminé, pèse quatorze fois plus que l'eau contenue dans le même espace. Cette différence de pesanteur des fluides n'altère en aucune manière les lois de pression que nous avons établies. Il importe cependant d'observer que si l'on compare les pressions exercées par des fluides de différente pesanteur spécifique sur des surfaces quelconques, il faut faire entrer la densité des fluides comme élément de la pression; car, toutes choses égales d'ailleurs, plus la densité d'un fluide est grande, plus il renferme de molécules de matière sous le même volume, et conséquemment, plus la pression qu'il exerce, en vertu de sa pesanteur, est considérable. Ainsi, si je compare la pression exercée par l'eau sur le fond d'un vase qui la

renferme, avec la pression exercée par le mercure sur le fond d'un autre vase quelconque, je dirai que la première pression est à la seconde, comme le produit de la base du premier vaisseau, par la densité et par la hauteur perpendiculaire de l'eau, est au produit de la base du second vaisseau, par la densité et par la hauteur perpendiculaire du mercure. Si les bases sont supposées égales, la pression exercée par l'eau est à la pression exercée par le mercure, comme le produit de la densité de l'eau, par sa hauteur perpendiculaire, est au produit de la densité du mercure, par sa hauteur perpendiculaire : d'où il résulte que les pressions exercées par deux fluides de différente densité sur une base donnée, ne peuvent être égales, à moins que leurs hauteurs perpendiculaires et leurs densités ne soient en raison réciproque.

262. *Dans les tubes qui communiquent entr'eux, deux fluides de différente densité ne peuvent être en repos, à moins que leurs densités ne soient en raison réciproque de leurs hauteurs.* La base est ici commune; il ne peut donc y avoir égalité de pressions, et conséquemment repos, si les densités des fluides ne sont en raison réciproque de leurs hauteurs.

Neuvième expérience. On met dans l'un des deux tubes qui communiquent entr'eux, une quantité donnée de mercure. Il s'élève à la même hauteur dans les deux tubes. On verse alors de l'eau par-dessus jusqu'à ce que l'origine de la colonne de mercure, qui descend par la pression de l'eau, ré-

ponde à la naissance du second tube. Après une agitation quelconque, le repos s'établit, et il est aisé de s'apercevoir, si les tubes sont gradués, que la hauteur de la colonne d'eau est à peu près quatorze fois plus grande que celle de la colonne de mercure.

CHAPITRE II.

De l'équilibre des corps flottans et des corps plongés.

263. Nous avons déjà dit, dans un des chapitres précédens, que la masse d'un corps est la quantité de matière qu'il renferme, sans avoir égard à son volume, c'est-à-dire, à l'espace qu'il occupe, et que la densité d'un corps, est la quantité de matière qu'il contient, considérée par rapport à son volume. On appelle corps *homogène*, celui qui a partout la même densité; et corps *hétérogène*, celui dont toutes les parties ne jouissent pas de la même densité.

264. Le poids d'un corps, considéré par rapport à son volume, se nomme *pesanteur spécifique :* d'où il suit que si on compare les pesanteurs spécifiques de deux corps ayant même volume, la pesanteur spécifique de l'un est à celle de l'autre, comme le poids du premier est au poids du second.

265. Le poids d'un corps étant toujours proportionnel à la quantité de matière qu'il renferme, la

pesanteur spécifique est toujours proportionnelle à la densité.

266. Des corps homogènes ayant même poids, ont des volumes d'autant plus petits, que les densités ou les pesanteurs spécifiques sont plus grandes; et le poids restant le même, le volume diminue en même raison que la densité augmente : d'où il résulte que le poids restant le même, les volumes sont en raison inverse des densités ou des pesanteurs spécifiques; et conséquemment, que dans les corps homogènes, deux des trois rapports des poids, des volumes et des densités étant donnés, il est facile de trouver le troisième.

Les poids sont en raison composée des volumes et des densités.

Les volumes sont en raison directe des poids, et en raison inverse des densités.

Les densités ou pesanteurs spécifiques sont en raison directe des poids et en raison inverse des volumes.

267. *Un solide plongé dans un fluide est pressé de toutes parts par le fluide, et cette pression croît en raison de la hauteur perpendiculaire du fluide au-dessus du solide. Cette vérité est une conséquence de ce que nous avons dit dans le chapitre précédent, et se confirme par l'expérience suivante.*

Première expérience. Attachez à l'extrémité d'un tube de verre une vessie remplie d'eau colorée, et plongez cette vessie dans l'eau, de manière qu'une partie du tube soit hors de l'eau. Par la pression de l'eau sur la surface de la vessie, l'eau

colorée monte dans le tube à une hauteur proportionnelle à celle de l'eau au-dessus de la vessie.

268. *Un solide plongé dans un fluide perd une partie de son poids égale au poids du volume du fluide déplacé.*

Un solide plongé dans un fluide est pressé de toutes parts par le fluide; mais la pression n'est pas la même sur toutes les parties du solide, puisque la hauteur du fluide est partout la mesure de cette pression, et que les parties d'un même solide ne sont pas à la même profondeur. Les pressions latérales sont égales, puisqu'elles sont produites par des colonnes de fluide d'égale hauteur; de plus, leurs directions sont opposées: d'où il résulte qu'elles sont en équilibre, et conséquemment qu'elles ne peuvent point déterminer le solide à se mouvoir. Mais les parties du fluide qui pressent la surface inférieure du solide plongé, sont soumises à une plus grande hauteur, et exercent conséquemment une plus grande pression que celles qui reposent sur sa surface supérieure. De plus, la pression exercée sur la surface inférieure du solide, est dirigée de bas en haut, tandis que la pression exercée sur la surface supérieure, est dirigée de haut en bas : d'où il résulte qu'un solide plongé dans un fluide est poussé de bas en haut par une force égale à la différence qui se trouve entre la pression exercée par le fluide sur la surface inférieure du solide, et celle qui est exercée sur sa surface supérieure; or la différence de ces pressions égale le poids du volume du fluide déplacé. Car la pression exercée sur la surface infé-

rieure du solide égale le poids d'une colonne de fluide qui a pour base cette surface, et pour hauteur la distance perpendiculaire de cette surface au plan du niveau du fluide : la pression exercée sur la surface supérieure du solide égale le poids d'une colonne de fluide qui a pour base cette surface, et pour hauteur la distance perpendiculaire de cette surface au plan du niveau du fluide : or la différence qui existe entre ces deux colonnes de fluide est évidemment une colonne de ce fluide qui auroit le même volume que le solide plongé; et conséquemment un solide plongé dans un fluide est poussé de bas en haut par une force égale au poids du volume du fluide déplacé. Il est d'ailleurs évident qu'un solide est toujours poussé de haut en bas par son propre poids : d'où il résulte qu'un solide plongé dans un fluide perd une partie de son poids égale au poids du volume du fluide déplacé.

L'expérience confirme cette vérité. On se sert pour cet objet, d'une balance connue sous le nom de *balance hydrostatique*, dont je vais de donner la description.

Le fléau AB de cette balance représentée par la figure 43, ne diffère en rien de celui d'une balance commune; il doit être très-mobile, et a ordinairement deux décimètres (7 pouces 4 lignes) de longueur. Placé sur un coq C, on suspend à ses extrémités deux tiges de métal D, D, qui portent chacune un bassin d'environ un décimètre (3 pouces 8 lignes) de diamètre; au-dessous de chaque bassin sont deux crochets auxquels on attache des crins

pour y suspendre les corps qu'on veut plonger dans un fluide.

Le coq C est fixé à une lame de cuivre FG dentée sur sa longueur, en forme de crémaillère. Cette lame se meut sur une seconde HI à l'aide d'un pignon K qui engrène dans les dents de la crémaillère. On retient la lame en situation par un cliquet à ressort *a*. Il entre dans des dents creusées sur le bord opposé de la lame, et il soutient tout l'effort que la balance peut faire pour descendre. Lorsqu'on veut la faire mouvoir de haut en bas, on presse avec le bout du doigt le cliquet; on le désengrène, et on fait mouvoir le pignon K en sens contraire. Le tout est porté sur un pied triangulaire LM situé sur un plateau de cuivre N, auquel on donne une situation horizontale par le moyen de trois vis qui le traversent, et à la faveur d'un plomb *cd*, dont la pointe doit répondre au centre de la platine N.

L'aiguille O de la balance se meut devant un arc PQ divisé en un certain nombre de degrés. Cette aiguille répondant à celui du milieu, indique que le fléau a une situation horizontale.

Deuxième expérience. On se sert de deux cylindres de cuivre, dont l'un solide A (fig. 43) a un crochet au centre de sa base supérieure.

L'autre cylindre creux C, aussi de cuivre, a un crochet au centre de sa base inférieure, et une anse à la base opposée, afin qu'on puisse le suspendre. Sa surface intérieure est bien unie pour recevoir exactement le cylindre solide A, et afin que l'air ne s'oppose point à l'entrée et à la sortie de ce cylindre,

cylindre, on a percé dans l'épaisseur de sa base un trou qu'on bouche avec une vis, laquelle étant ôtée, l'air peut entrer et sortir librement. On suspend au crochet d'un des bassins de la balance (fig. 43) le cylindre creux C par son anse, et on y joint le cylindre A, en l'attachant avec un crin; on met un poids X dans l'autre bassin pour faire équilibre; alors approchant un vase de verre V, rempli d'eau, et faisant descendre la balance pour plonger le cylindre A, l'équilibre est détruit en faveur du poids X, parce que le cylindre A perd par son immersion une partie de son poids; et ce qui démontre que le poids perdu par le cylindre plongé égale le poids du volume d'eau déplacé, c'est qu'on rétablit l'équilibre en remplissant d'eau le cylindre C, c'est-à-dire, en y versant la même quantité d'eau qui rempliroit l'espace occupé par le cylindre solide A.

269. Il suit de là, 1°. *qu'un corps perd dans l'air une partie de son poids, égale au poids de l'air déplacé; et conséquemment qu'il pèse moins dans l'air que dans le vide;* la différence, quoique très-peu sensible pour la plupart des corps, n'est pas à négliger dans des expériences qui exigent une grande précision.

270. 2°. *Deux corps solides de même masse et de différent volume, doivent perdre inégalement de leur poids par leur immersion dans le même fluide.* Celui qui a plus de volume en perd davantage, parce qu'il déplace un plus grand volume de fluide.

Troisième expérience. On suspend aux bassins de la balance hydrostatique deux boules de même masse, l'une de plomb et l'autre d'ivoire. L'équilibre s'éta-

blit. Alors approchant deux vases de verre remplis d'eau, et faisant descendre la balance hydrostatique pour plonger les deux boules, l'équilibre est détruit en faveur de la boule de plomb, parce qu'ayant moins de volume que la boule d'ivoire, elle perd moins de son poids par son immersion dans l'eau.

271. 3°. Un solide plongé dans des fluides de différente densité, perd différente partie de son poids. Il déplace, il est vrai, le même volume de fluide; mais deux volumes égaux de fluides de différente densité pèsent inégalement.

Quatrième expérience. Cette expérience se fait comme la précédente, mais avec deux boules d'ivoire de même diamètre. Si on les plonge toutes deux dans l'eau, l'équilibre subsiste; si on les plonge l'une dans l'eau et l'autre dans l'alcool, l'équilibre est détruit.

272. 4°. *Un solide plongé dans un fluide spécifiquement plus léger, doit s'enfoncer jusqu'à ce qu'il arrive au fond.* Il est poussé de haut en bas par son propre poids; il est sollicité de bas en haut par une force égale au poids du volume du fluide déplacé, et cette force est moindre que le poids du solide qui est supposé avoir plus de pesanteur spécifique que le fluide. D'où il résulte que le solide doit descendre avec une force égale à la différence entre son poids et celui d'un pareil volume de ce fluide.

273. 5°. *Un solide plongé dans un fluide spécifiquement plus pesant, doit monter jusqu'à ce que la pesanteur du spécifique du solide soit à la pesanteur spécifique du fluide, comme le volume du fluide dé-*

placé est au volume du solide. Ce solide est poussé de haut en bas par son propre poids, et repoussé de bas en haut par une force égale au poids du volume du fluide déplacé : il doit donc monter jusqu'à ce que son poids égale celui du volume du fluide déplacé, et conséquemment jusqu'à ce que sa pesanteur spécifique soit à la pesanteur spécifique du fluide, comme le volume du fluide déplacé est au volume du solide, puisque les poids sont en raison composée des volumes et des pesanteurs spécifiques.

Il suit de là qu'un solide plongé dans un fluide spécifiquement plus pesant, doit flotter sur sa surface : pour qu'il y reste immobile, il faut que les centres de gravité de la partie plongée et de celle qui ne l'est pas, soient sur la même verticale. Imaginons le corps flottant coupé en deux par la surface du fluide ; il est aisé de voir que la partie plongée tendra à s'élever et l'autre à descendre, chacune avec une force égale ; or la partie plongée tend à s'élever par la verticale menée de son centre de gravité, et la partie extérieure tend à descendre par la verticale tirée aussi de son centre de gravité : d'où il résulte qu'à moins que ces deux verticales ne se confondent, ou, ce qui est la même chose, à moins que les centres de gravité de la partie plongée et de celle qui ne l'est pas, ne soient sur la même verticale, il n'y aura point d'obstacle à ces deux efforts, et le solide doit continuer à flotter sur la surface du fluide jusqu'à ce qu'il ait pris cette situation. Alors, les forces étant égales et directement opposées, elles

se détruiront mutuellement, ce qui fera naître l'équilibre.

274. 6°. *Un solide plongé dans un fluide de même pesanteur spécifique, doit rester dans l'endroit où on l'a mis d'abord;* puisque le poids absolu du solide qui tend à le faire descendre égale le poids du volume du fluide déplacé qui tend à le faire monter.

275. Il nous reste à déduire des principes établis l'explication de quelques phénomènes.

1°. On soutient avec la même facilité un solide plongé dans un fluide homogène à différentes profondeurs; et cependant, à différentes profondeurs le solide est pressé par des colonnes de fluide qui ont différentes hauteurs. Le poids absolu du solide est toujours le même à quelque profondeur qu'il soit plongé dans un fluide : de plus, il perd à toutes sortes de profondeurs une égale partie de son poids, puisqu'il déplace un égal volume de fluide, et que cet égal volume de fluide homogène pèse également à toutes sortes de profondeurs : d'où il résulte qu'on doit soutenir avec la même facilité un solide à quelque profondeur qu'on le suppose plongé dans l'eau.

276. 2°. Il est aisé d'expliquer pourquoi des bulles de verre et de petites figures d'émail montent et descendent de différentes manières dans une bouteille pleine d'eau, lorsque l'on presse plus ou moins la vessie qui est liée au goulot de la bouteille, ou lorsqu'on produit, par un changement de température, quelque altération dans le volume de ces petits solides : ces petites bulles sont composées de trois

matières différentes, savoir d'eau et de verre, qui est spécifiquement plus pesant que l'eau, et d'air, qui est plus léger. Lorsque le composé de ces trois substances est plus léger qu'un pareil volume d'eau, il surnage. S'il devient plus pesant qu'un pareil volume d'eau, il descendra jusqu'au fond de la bouteille. Cela posé, si l'on comprime la surface de l'eau dans laquelle on a mis ces bulles, par le moyen d'un poids ou autrement, l'air renfermé dans les bulles se comprime et occupe moins d'espace qu'il n'en occupoit auparavant. L'eau qui lui est contiguë entre par le col de la bulle, occupe la place que l'air vient d'abandonner; et la bulle devenant par cette addition spécifiquement plus pesante que l'eau, descend. Si on cesse de presser sur la surface de l'eau, l'air renfermé dans la bulle repousse par son élasticité l'eau qui l'avoit forcé, et la somme des substances qui composent la bulle, devenant spécifiquement plus légère que l'eau, la bulle doit s'élever sur la surface du liquide.

277. 3°. Il est plus aisé de nager lorsque le corps est entièrement plongé dans l'eau, que lorsqu'il ne l'est qu'en partie, parce que dans le premier cas, le corps déplace un plus grand volume d'eau, et qu'il perd conséquemment une plus grande partie de son poids. Les hommes qui ont beaucoup d'embonpoint nagent plus facilement, parce que la graisse augmente le volume du corps dans un plus grand rapport qu'elle augmente son poids. Un vaisseau, quoique composé de parties qui, isolées, ont plus

de pesanteur spécifique que l'eau, flotte sur sa surface, parce que le vaisseau forme avec l'air qu'il renferme, un tout spécifiquement plus léger que l'eau.

CHAPITRE III.

De la manière de déterminer les pesanteurs spécifiques.

278. La pesanteur spécifique d'un corps n'est autre chose que le rapport de son poids à son volume : d'où il suit que si l'on pouvoit réduire tous les corps à avoir le même volume, on n'auroit qu'à les peser pour connoître leur pesanteur spécifique : mais cette réduction n'est pas toujours une chose facile ; il est même assez souvent impossible de l'effectuer : il a donc fallu chercher d'autres moyens pour déterminer les pesanteurs spécifiques. Je ne parlerai pas avec détail de tous ceux qui ont été imaginés : j'insisterai particulièrement sur le plus simple, le plus sûr, et le plus conforme aux principes que nous avons établis.

279. Proposons-nous d'abord de découvrir dans quel rapport sont les pesanteurs spécifiques d'un solide et d'un fluide moins pesant que le solide. La pesanteur spécifique du solide est évidemment à celle du fluide comme le poids du solide est au poids d'un égal volume du fluide. Pour avoir le poids du

solide, on le pèse dans le vide ou dans l'air : la différence du poids du solide pesé dans le vide ou dans l'air, n'étant pas très-sensible, on peut la négliger dans les expériences qui n'exigent pas une grande précision. Le poids d'un volume du fluide égal à celui du solide, égale le poids que perd le solide par son immersion dans le fluide : d'où il résulte que le poids d'un volume du fluide égal à celui du solide égale la différence en poids du solide pesé dans l'air et dans le fluide ; et conséquemment, que la pesanteur spécifique d'un solide est à la pesanteur spécifique d'un fluide, comme le poids du solide pesé dans l'air est à la différence en poids du solide pesé dans l'air et dans le fluide. Si ce fluide est l'eau commune, et si sa pesanteur spécifique est prise pour l'unité, comme on le suppose ordinairement pour plus grande commodité, on trouvera la pesanteur spécifique du solide, en divisant son poids dans l'air par la différence de son poids dans l'air et dans l'eau.

Eclaircissons ceci par un exemple : si l'on me demande la pesanteur spécifique d'un morceau de cuivre, je le pèse dans l'air; supposons qu'il pèse 36 grammes. Je le pèse ensuite dans l'eau; s'il pèse 32 grammes, la différence de ces deux nombres est 4; je divise 36 par 4, le quotient 9 exprime la pesanteur spécifique du cuivre par rapport à celle de l'eau que nous supposons égaler l'unité.

280. Si le solide dont on veut connoître la pesanteur spécifique est plus léger que l'eau, il faut joindre à ce solide un corps dont la pesanteur spécifique soit telle, que le composé des deux soit plus pesant

que l'eau. Pesant ensuite séparément dans l'air le corps le plus lourd et le composé des deux, et faisant la même chose dans l'eau, voici comme on doit faire le calcul. Soustrayez le poids du solide le plus lourd pesé seul dans l'eau, de celui de ce même solide pesé seul dans l'air; le reste sera le poids d'un volume d'eau égal à celui de ce solide. Soustrayez ensuite le poids du composé pesé dans l'eau, du poids de ce même composé dans l'air; le reste sera le poids du volume d'eau égal à celui du composé. Soustrayez enfin le premier reste du second, la différence sera le poids du volume d'eau égal à celui du solide le plus léger; or le poids de ce dernier volume d'eau sera au poids du solide léger, comme la pesanteur spécifique de l'eau est à celle du solide; et conséquemment la pesanteur spécifique de l'eau étant supposée égale à l'unité, la pesanteur spécifique du solide plus léger que l'eau est égale au quotient du nombre qui exprime le poids du solide léger, divisé par le nombre qui exprime le poids d'un égal volume d'eau.

Soit, par exemple, un morceau d'orme, qui est spécifiquement moins pesant que l'eau, et dont on me propose de déterminer la pesanteur spécifique. Si le morceau d'orme pèse 15 grammes dans l'air, et que pour faire un composé spécifiquement plus pesant, je lui aie attaché un morceau de cuivre pesant 18 grammes dans l'air et 16 dans l'eau, le composé pèsera donc 33 grammes dans l'air. Supposons que le tout ne pèse plus que 6 grammes dans l'eau, si nous soustrayons 16, savoir, le poids du cuivre dans l'eau

de 18 poids du même dans l'air, nous aurons 2 pour premier reste, savoir, pour le poids du volume d'eau égal au morceau de cuivre; pareillement, soustrayant 6, poids du composé dans l'eau de 33 poids du même dans l'air, le second reste 27 sera le poids du volume d'eau égal au composé : soustrayant donc le premier reste 2 du second 27, savoir, le poids du volume d'eau égal au morceau de cuivre de celui du volume d'eau égal au composé; la différence 25 sera le poids du volume d'eau égal au morceau de bois, dont le poids absolu étoit 15 grammes dans l'air : d'où il résulte que la pesanteur spécifique de l'eau est à celle du morceau de bois, comme 25 est à 15, ou comme 1 à 0,6; et comme nous prenons pour unité la pesanteur spécifique de l'eau, 0,6 exprime la pesanteur spécifique du morceau de bois plus léger que l'eau.

281. La pesanteur spécifique de l'eau étant prise pour unité, on peut lui comparer celle d'un solide quelconque, et conséquemment connoître le rapport des pesanteurs spécifiques de tous les corps solides. Pour que le rapport soit exact, il faut que l'unité soit constante et invariable. Aussi n'emploie-t-on pour la détermination des pesanteurs spécifiques que de l'eau dépouillée, à la faveur de la distillation, des substances hétérogènes qui altèrent sa pureté. Ramenée ainsi à son état d'homogénéité, l'eau se trouve par tout la même, et offre le précieux avantage d'une unité invariable puisée dans la nature.

282. Les substances salines sont solubles dans

l'eau, et conséquemment l'eau ne peut servir d'intermède pour connoître leur pesanteur spécifique; on emploie alors un fluide, tel que l'alcool, qui ne dissout pas les substances salines. On trouve ainsi le rapport entre la pesanteur spécifique du fluide et celle du solide; et comme on connoît le rapport de la pesanteur spécifique de l'alcool à celle de l'eau, on trouve facilement le rapport de la pesanteur spécifique d'une substance saline à celle de l'eau.

283. Les opérations mécaniques pour déterminer la pesanteur spécifique des solides, se réduisent donc à les peser dans l'air, et ensuite dans l'eau, à l'aide de la balance hydrostatique. Ce travail est long, fatigant, et cependant indispensable. On peut l'abréger lorsqu'on opère sur de petites masses, à la faveur d'un instrument imaginé par *Nicolsom*.

284. Cet instrument A (fig. 44) consiste en un cylindre de fer blanc d'environ 108 millimètres (4 pouces) de hauteur sur 27 millimètres (1 pouce) de diamètre. Au centre de la base inférieure du cylindre est fixé un crochet auquel on suspend par son anse un petit seau lesté avec du plomb : au centre de la base supérieure est adaptée une tige métallique, marquée d'un trait vers son milieu et surmontée d'un petit bassin de fer blanc destiné à recevoir des poids; de manière que l'instrument étant plongé dans l'eau et abandonné à lui-même, le trait marqué sur la tige soit à une certaine hauteur au-dessus de la surface du liquide. Veut-on peser un corps dans l'air? On plonge le cylindre dans l'eau, et on met des poids connus dans le bassin jusqu'à ce que le trait soit

descendu au niveau de l'eau. On retire les poids; on met le corps dans le bassin, et on ajoute à côté le nombre de poids suffisant pour faire descendre de nouveau le trait à fleur d'eau: on soustrait ces derniers poids des précédens, et la différence donne le poids du corps pesé dans l'air. On retire de l'eau l'instrument, et on l'y replonge ensuite après avoir mis le corps dans le seau: le corps perd, par son immersion, une partie de son poids égale au poids du volume d'eau déplacé; il faut donc ajouter de nouveaux poids dans le bassin, pour que le trait marqué sur la tige redescende au niveau de l'eau: ces nouveaux poids représentent la perte que le corps a faite de son poids dans l'eau, et conséquemment le poids du volume d'eau déplacé. On connoît ainsi la pesanteur spécifique du corps, c'est-à-dire le rapport qui existe entre son poids et celui d'un égal volume d'eau.

285. C'est par l'intermède d'un fluide tel que l'eau, que nous comparons les pesanteurs spécifiques des solides. La comparaison des pesanteurs spécifiques des fluides se fait avec la même facilité par l'intermède d'un solide. Un cube de cuivre de 27 millimètres (1 pouce) de face, sert ordinairement à cet usage. On le suspend à un crin qu'on attache au crochet d'un des bassins de la balance hydrostatique; il demeure en équilibre avec un poids égal en masse placé dans l'autre bassin: on plonge ensuite le petit cube dans le fluide dont on veut examiner la pesanteur spécifique, sur le champ l'équilibre est rompu en faveur du poids placé dans le bassin opposé. On

rétablit l'équilibre en y mettant des poids qui sont la mesure exacte de la perte qu'éprouve en poids le petit cube par son immersion dans le fluide; et conséquemment un volume de fluide égal à celui du petit cube pèse autant que le poids mis dans le bassin pour rétablir l'équilibre. Si l'on plonge ensuite le petit cube dans un autre fluide, en observant que la température soit la même, on trouvera de même la pesanteur spécifique de ce fluide, et conséquemment on déterminera le rapport des pesanteurs spécifiques de différens fluides.

La méthode que nous venons d'exposer est sans contredit la plus exacte et la plus rigoureuse. Il ne sera cependant pas inutile de dire un mot de plusieurs autres moyens qu'on a imaginés pour comparer les pesanteurs spécifiques de différens fluides.

286. On prend un vase ouvert; après l'avoir pesé on l'emplit d'un fluide, et on le pèse de nouveau. On vide le vase; on le remplit d'un autre fluide en le pesant comme auparavant; les pesanteurs spécifiques sont alors comme les poids trouvés. Cette méthode est fort simple, et elle seroit bonne s'il étoit possible d'avoir par ce moyen des volumes égaux de différens fluides. Lorsqu'on remplit un vase d'un fluide, la surface du fluide est toujours concave ou convexe, concave si le fluide mouille le vase; convexe si le vase n'est pas mouillé par le fluide. Dans le premier cas, le vase n'est pas plein; dans le second, le vase est plus que plein. Ce moyen est donc insuffisant pour avoir des volumes égaux de différens fluides : il est cependant employé par les chimistes,

et pour remédier à l'inconvénient qu'il présente, ils se servent d'une fiole dont l'orifice est très-étroit; mais la force attractive du verre étant différente pour différens fluides, il en résulte de nouveaux inconvéniens qui doivent faire rejeter cette méthode, lorsqu'on cherche des résultats rigoureux.

287. On peut encore déterminer les pesanteurs spécifiques des fluides à la faveur d'un tube recourbé: on verse du mercure dans le tube, de manière que sa partie inférieure soit remplie. On verse un fluide dans une branche, et dans l'autre un autre fluide, jusqu'à ce que dans les deux branches le mercure soit dans la même ligne horizontale. Les hauteurs auxquelles s'élèvent les fluides dans les deux branches, sont en raison inverse de leurs pesanteurs spécifiques. Le mercure qu'on met dans la partie inférieure du tube recourbé empêche les fluides de se mêler. Malgré cette précaution, cette méthode est défectueuse, 1°. parce qu'on ne peut apprécier avec rigueur les petites différences; 2°. parce que les différens fluides sont différemment attirés par les parois du tube, ce qui fait qu'on ne peut déterminer avec précision leurs véritables hauteurs.

288. Voici enfin un autre moyen de comparer les pesanteurs spécifiques des fluides. Il est fondé sur ce que si l'on plonge le même corps dans des fluides de différente densité, il s'y enfonce d'autant plus profondément que le fluide est plus léger, et d'autant moins profondément que le fluide est plus pesant.

289. Cet instrument connu sous le nom d'*aréo-*

mètre, est composé (fig. 45) d'une boule de verre mince B, soufflée à la lampe, et d'un tube cylindrique AC divisé en parties égales. Au-dessous de cette boule est une autre petite boule soufflée S, qui est lestée de plomb ou de mercure, de manière cependant que le tout soit plus léger que les fluides dont on veut comparer les pesanteurs spécifiques. Si le poids de l'aréomètre est tel, qu'il s'enfonce dans l'eau jusqu'en E, il s'enfoncera plus profondément dans les fluides plus légers : son immersion dans le vin sera marquée au point F, et dans l'alcool au point G; mais si on le plonge dans des fluides plus pesans que l'eau, son immersion ne sera pas aussi profonde; il ne s'enfoncera dans la bière que jusqu'en D, et toujours d'autant moins que la densité du fluide dans lequel on le plongera sera plus grande. Cette méthode est simple, mais elle n'est pas rigoureuse; elle peut servir à connoître si un fluide est plus ou moins pesant qu'un autre auquel on le compare; mais on ne connoîtra pas de combien : il faudroit, pour cela, connoître exactement le rapport du tube cylindrique AC aux boules B et S, ce qui est impossible. Il faudroit de plus que le tube AC fût parfaitement cylindrique, ce qui n'arrive jamais.

290. L'aréomètre de *Fahrenheit* offre l'avantage d'opérer sur des volumes égaux de différens fluides, et conséquemment de faire connoître le rapport exact qui existe entre leurs pesanteurs spécifiques. Il consiste en une petite bouteille creuse de verre mince B (fig. 46), dont le col AC, qui est très-étroit, est surmonté d'un petit bassin DE destiné à recevoir

de petits poids. A la partie inférieure de la bouteille est adaptée une petite boule creuse de verre, dans laquelle on a mis du mercure. Enfin le col de la bouteille est marqué d'un trait au point *a*. Il faut, pour faire usage de cet aéromètre, commencer par connoître exactement son poids, qu'on marque ordinairement sur le bassin, crainte de l'oublier. On le plonge ensuite dans de l'eau distillée, et en le chargeant de poids, on l'y fait enfoncer jusqu'au trait *a*. La somme des poids qu'on a mis dans le bassin pour produire cet enfoncement, ajoutée au poids de l'aréomètre donne exactement le poids du volume d'eau déplacé. En faisant la même opération sur un autre fluide, on a, avec la même exactitude, le poids du volume de ce fluide déplacé par l'aréomètre. De plus ces deux volumes sont évidemment égaux, puisque l'aréomètre a été enfoncé dans les deux fluides à la même profondeur. On connoît donc le rapport des poids des volumes égaux de fluides de différente densité, et conséquemment le rapport de leurs densités ou pesanteurs spécifiques.

291. Les avantages attachés à la connoissance des pesanteurs spécifiques ne sont pas équivoques. Elle offre au naturaliste des caractères distinctifs pour classer les substances qui sont l'objet de ses recherches. On en fait usage pour apprécier les différences entre deux corps de même nom, pour juger de la bonté des matières dont la chimie et la médecine font habituellement usage. Elle sert à garantir de la fourberie des charlatans et des fripons, puisqu'elle offre un moyen infaillible de connoître les légères

nuances qui distinguent les pierres fines de celles qui ne le sont pas. On peut enfin, à l'aide des pesanteurs spécifiques, découvrir de la manière suivante, dans quelle proportion se trouvent plusieurs substances dans un alliage.

292. Etant donnée la pesanteur spécifique d'une masse composée de deux corps différens : étant donnée la pesanteur spécifique de chacun de ces corps, s'ils sont purs, trouver combien il y a de chacun de ces corps dans la masse composée.

Supposons qu'il y ait dans la masse deux sortes de corps, dont l'un se nomme A et l'autre B. J'appelle V le volume du premier, u le volume du second ; la pesanteur spécifique du premier D, et d la pesanteur spécifique du second ; la pesanteur spécifique de la masse composée sera appelée e. Soit le poids de $A = P$, et le poids de $B = p$.

Le poids d'un corps égale le produit de son volume par sa pesanteur spécifique. Donc $P = VD$, et $p = ud$. Le poids de la masse composée est égal à sa pesanteur spécifique multipliée par la somme des volumes des masses composantes ; il est donc $Ve + ue$: or le poids de la masse composée égale la somme des poids des masses composantes : donc $Ve + ue = DV + ud$; donc $VD - Ve = ue - ud$; donc $D - e : e - d :: u : V$. Nous avons ainsi le rapport des volumes des masses composantes, et conséquemment le rapport des poids, en multipliant les volumes par les pesanteurs spécifiques.

Hiéron, roi de Syracuse, avoit donné à son orfèvre Démétrius 9,3006 kilogrammes (19 livres) d'or,

d'or, pour en faire une couronne. Démétrius apporta une couronne qui pesoit 9,3006 kilogrammes. Le roi, qui suspectoit la fidélité de l'ouvrier, demanda à Archimède s'il ne savoit aucun moyen pour confirmer, ou pour détruire ses soupçons. Archimède découvrit la fraude de l'orfèvre à la faveur du problème dont nous avons donné la solution. Il trouva même dans quelle proportion on avoit mêlé l'argent à l'or dans la fabrication de la couronne.

La pesanteur spécifique de l'or est 19, celle de l'argent $10\frac{1}{3}$. Supposons qu'on ait trouvé que celle de la couronne étoit 17; dans cette supposition, $e = 17$, $D = 10\frac{1}{3}$; $d = 19$; donc $D - e = -6\frac{2}{3}$, et $e - d = -2$; donc $-6\frac{2}{3} : -2 :: u : V$; donc $2u = 6\frac{2}{3}V$; donc $6u = 20V$; donc $3u = 10V$, ce qui nous donne le rapport des volumes. Pour avoir le rapport des poids, il faut multiplier les volumes par les pesanteurs spécifiques, ce qui donne pour le poids de l'argent $3 \times 10\frac{1}{3}$, et pour le poids de l'or 10×19; le poids de l'argent est donc à celui de l'or dans la couronne :: 31 : 190, et le poids de l'argent est au poids total :: 31 : 221.

La solution de ce problème est fondée sur cette hypothèse, que l'or et l'argent conservent leurs volumes entiers dans leur alliage.

293. Plus la connoissance des pesanteurs spécifiques est précieuse au physicien, plus il doit apporter de soins et d'attention dans ces sortes de recherches.

Il doit savoir, 1°. que la pesanteur spécifique des corps d'une même espèce varie suivant le lieu d'où

on les a tirés, et conséquemment qu'il doit, dans le résultat qu'il expose, tenir note du climat où les corps ont pris naissance.

2°. Les différens degrés d'hétéréogénéité dans les parties d'un corps produisent une différence sensible dans les résultats.

3°. Il faut ramener à la même température tous les corps dont on veut déterminer la pesanteur spécifique. Pendant les ardeurs de l'été un corps a plus de volume que pendant les rigueurs de l'hiver; d'où il résulte qu'il déplace pendant l'été un plus grand volume d'eau que pendant l'hiver, et conséquemment que sa pesanteur spécifique est différente dans ces deux saisons de l'année.

4°. Avant de plonger dans l'eau distillée le corps dont on cherche la pesanteur spécifique, il importe de lui enlever, à l'aide d'une plume ou d'un petit pinceau, l'enveloppe atmosphérique qui y tient d'autant plus fortement que le corps a plus d'attraction pour ce fluide; sans cette précaution le volume d'eau déplacé seroit plus grand que le volume réel des corps.

5°. Dans les expériences délicates il faut avoir égard à la pression de l'atmosphère.

6°. Enfin il est nécessaire d'avoir une balance très-exacte, qui étant en équilibre sans poids, y revienne toutes les fois qu'on la met en mouvement; il faut en outre des poids déterminés avec la plus grande précision.

Avec toutes ces précautions on peut se flatter de parvenir à tracer un tableau fidèle des pesanteurs spécifiques.

Tableau qui représente les rapports qui existent entre les pesanteurs spécifiques de différentes substances, comparées à celle de l'eau distillée, qu'on exprime par 10000.

1°. *Substances métalliques.*

Or à 24 karats, fondu et non forgé,	192581
Or au titre de Paris ou à 22 karats, *idem.*	174863
Argent à 12 den., fondu et non forgé,	104743
Argent au titre de Paris ou à 11 deniers 10 grains, *idem.*	101752
Platine brut en grenailles,	156017
Platine purifié, fondu,	195000
Cuivre rouge fondu et non forgé,	77880
Fer fondu,	72070
Fer forgé en barre, écroui ou non écroui,	77880
Acier ni trempé ni écroui,	78331
Étain pur de Cornouailles, fondu et non écroui,	72914
Plomb fondu,	113523
Zinc fondu,	71908
Antimoine fondu,	67021
Arsenic fondu,	57633
Mercure coulant,	135681
Cinabre oriental.	69022

2°. *Pierres précieuses.*

Diamant oriental blanc,	35212
Rubis oriental,	42833
Topaze rouge d'Almaden,	40106

3°. *Pierres siliceuses.*

Cristal de roche limpide de Madagascar,	26530
Quartz cristallisé,	26546
Grès des paveurs,	24158
Agathe orientale,	25901
Agathe onix,	26375
Calcédoine,	26156
Cornaline,	26137
Pierre à fusil blonde,	25941
Pierre à fusil noirâtre,	25817
Jaspe vert clair,	23587
Jaspe brun,	26911

4°. *Pierres diverses.*

Albâtre oriental blanc antique,	27302
Marbre de Bourbon-l'Ancy,	26957
Marbre dit brèche d'Alep,	26867
Pierre de St.-Leu de la carrière de St.-Leu,	16593
Pierre de liais,	20778
Spath pesant gris, dit pierre de Bologne,	44409
Spath fluor blanc,	31555
Granit rouge d'Égypte,	26541
Granit rouge du Dauphiné,	26431
Pierre ponce,	9145
Porcelaine de Sèvres,	21457
Soufre natif,	20332
Soufre fondu,	19907

5°. *Liqueurs.*

Eau distillée,	10000
Eau de Seine filtrée,	10001,5

Vin de Bourgogne,	9915
Vin de Bordeaux,	9939
Alcool du commerce,	8371
Alcool très-rectifié,	8293

6°. *Huiles.*

Huile d'olive,	9153
Huile de noix,	9227
Huile de lin,	9403
Huile de navette,	9193

7°. *Gommes, Résines et Graisses.*

Résine jaune ou blanche du pin,	10727
Sandarac,	10920
Gomme arabique,	14523
Opium,	13365
Cire jaune,	9648
Cire blanche,	9686
Suif,	9419
Graisse de cochon,	9368
Lard,	9478
Beurre,	9423

8°. *Bois.*

Chêne de soixante ans, le cœur,	11700
Liége,	2400
Orme, le tronc,	6710
Frêne, le tronc,	8450
Hêtre,	8520
Aune,	8000
Érable,	7550
Noyer de France,	6710

Saule,	5850
Tilleul,	6040
Sapin mâle,	5500
Sapin femelle,	4980
Peuplier,	3830
Pommier,	7930
Poirier,	6610
Prunier,	7850
Cerisier,	7150
Coudrier ou noisetier,	6000
Buis de France,	9120
Vigne,	13270
Sureau,	6950
Jasmin d'Espagne,	7700
Gayac,	13330
Ébénier d'Amérique,	13310
Bois rouge du Brésil,	10310
Bois de Campêche,	9130
Cèdre,	5960
Oranger,	7050
Citronnier,	7263

9°. *Airs ou Gaz.*

Air atmosphérique,	0,46005
Gaz oxigène,	0,50694
Gaz hydrogène,	0,03539
Gaz acide carbonique,	0,68985
Gaz ammoniac,	0,27488

CHAPITRE IV.

Des circonstances qui accompagnent l'écoulement d'un vase entretenu ou non entretenu constamment plein.

294. Les lois qui règlent le mouvement des liquides ont exercé la sagacité des plus habiles géomètres; mais les résultats de leurs laborieuses recherches n'ont pu encore servir utilement pour les besoins de la pratique, soit parce que les élégantes formules qui les représentent sont très-compliquées par la nature même du sujet, soit parce qu'elles sont presque toutes fondées sur des principes qui n'ont qu'une existence hypothétique.

Ici, comme partout ailleurs, le physicien doit marcher à l'aide de l'expérience et de la théorie. Celle-ci éclaire l'expérience, qui à son tour anime la théorie, en la faisant sortir de la classe de ces êtres enfantés par l'imagination, et désavoués par la nature.

Première expérience. On remplit d'eau le vase ABCD (fig. 47) dont le fond BD, ayant une situation horizontale, est percé d'un orifice G. L'expérience fait voir, 1°. que toutes les molécules en se pressant mutuellement, ont une tendance vers l'orifice; 2°. qu'elles descendent avec des vitesses sensiblement verticales et égales, jusqu'à ce qu'elles soient arrivées à une certaine distance du fond; 3°. que, malgré la tendance des molécules vers l'orifice, la

surface du liquide demeure toujours horizontale, du moins jusqu'à une petite distance de l'orifice, comme nous le verrons dans la suite; 4°. qu'il en est de même lorsque le fluide sort par une ouverture latérale D. Toutes les molécules descendent d'abord verticalement, puis se dirigent vers l'orifice, et la surface supérieure du fluide demeure toujours horizontale.

Cela posé, imaginons le liquide du vase ABCD qui s'écoule par l'orifice G partagé en une infinité de tranches AC*ca*, RS*sr*, etc. par des surfaces planes ou courbes infiniment voisines et perpendiculaires aux directions des particules du liquide. Soit *pqgf* le petit prisme d'eau qui sort pendant l'instant que la surface AC s'abaisse en *ac*, la surface RS en *rs*, etc. Ce prisme est évidemment égal à chacune des tranches AC*ca*, RS*sr*, etc., puisque à mesure qu'il sort du vase, il est nécessairement remplacé par un prisme égal, sans quoi il se formeroit des vides entre les molécules fluides; et il est visible que leur extrême mobilité se refuse à l'existence de ces vides : donc la surface de la base de l'une quelconque de ces tranches, est à la surface de la base du petit prisme, c'est-à-dire à la surface de l'orifice, comme la hauteur du petit prisme est à la hauteur de l'une quelconque de ces tranches; mais ces hauteurs représentent des espaces parcourus dans le même temps. Donc elles expriment les vitesses moyennes; donc la vitesse moyenne d'une tranche quelconque, prise dans l'intérieur du liquide est à la vitesse moyenne du liquide à la sortie de l'orifice,

comme la surface de l'orifice est à la surface de l'une des bases de la tranche proposée.

295. Il suit de là que si l'orifice est infiniment petit par rapport aux bases de chacune des tranches égales dont se compose le liquide contenu dans le vase, la vitesse moyenne des différentes tranches intérieures sera infiniment petite par rapport à la vitesse moyenne du liquide à la sortie de l'orifice.

296. La vitesse d'un liquide à sa sortie d'un vase quelconque ABCD (fig. 48) par un orifice infiniment petit *pq* est égale à la racine carrée de la hauteur verticale du liquide au-dessus de l'orifice.

Un corps qui, abandonné à sa pesanteur, descendroit verticalement du plan du niveau du liquide jusqu'à l'orifice, auroit acquis à la fin de sa chute une vitesse égale à la racine carrée de l'espace parcouru, c'est-à-dire, de la hauteur verticale du liquide au-dessus de l'orifice, nº 58. Il suffit donc de démontrer que la vitesse d'un liquide qui s'écoule par un orifice infiniment petit, est égale à celle qu'acquerroit un corps tombant librement du plan du niveau du liquide jusqu'à l'orifice.

Concevons le liquide contenu dans le vase ABCD partagé en une infinité de tranches égales par des plans perpendiculaires à leurs directions. Les vitesses moyennes des tranches intérieures seront infiniment petites par rapport à la vitesse du liquide à sa sortie de l'orifice *pq*, nº 295; mais suivant les lois de la pesanteur, si toutes les molécules liquides tomboient librement, elles descendroient avec la même vitesse: donc puisque les tranches supérieures à l'orifice

perdent la vîtesse que leur imprimeroit naturellement la pesanteur, le petit prisme liquide $pqgf$ qui sort à chaque instant, se trouve pressé par le liquide supérieur, comme le seroit un corps quelconque qu'on mettroit à l'orifice pour empêcher l'écoulement. La pression qu'exerce le liquide supérieur à l'orifice sur le petit prisme $pqgf$ se compose donc de la hauteur hq, de la base pq et de la pesanteur spécifique ou la densité du liquide que nous exprimerons par d, nº 253, et conséquemment la pression dont il s'agit peut être représentée par $d \times hq \times pq$.

Supposons que dans l'instant que la pression... $d \times hq \times pq$ fait sortir le petit prisme liquide $pqgf$, le seul poids absolu d'un prisme $pqxy$ de même liquide qu'on peut exprimer par $d \times pq \times qx$, fasse parcourir la petite hauteur qx à ce même prisme regardé comme immobile au commencement de son mouvement. Il est visible que les pressions... $d \times hq \times pq$, $d \times pq \times qx$ étant proportionnelles aux quantités de mouvement qu'elles font naître, si nous nommons V et u les vîtesses qu'elles impriment aux masses $pqgf$, $pqxy$, nous aurons

$$d \times hq \times pq : d \times pq \times qx :: pqgf \times V : pqxy \times u.$$

Mais les masses des prismes $pqgf$, $pqxy$ sont entr'elles comme les volumes, c'est-à-dire comme les produits de leur base commune pq par leurs hauteurs respectives, puisque la densité est la même. Les hauteurs sont des espaces parcourus dans des temps égaux, et conséquemment représentent les vîtesses ; donc substituant à la place de la masse

de chaque petit prisme le produit de sa base par sa vîtesse, nous aurons

$$d \times hq \times pq : d \times pq \times qx :: pq \times V \times V : pq \times u \times u :$$

donc

$$hq : qx :: V^2 : u^2, \quad \text{ou} \quad hq : V^2 :: qx : u^2.$$

Nommons y la vîtesse qu'acquerroit un corps tombant librement de la hauteur hq, nous aurons n° 58, $qx : u^2 :: hq : y^2$: donc, par une suite de rapports égaux, $hq : V^2 :: hq : y^2$: donc $V^2 = y^2$: donc $V = y$: donc la vîtesse V du liquide à sa sortie de l'orifice est égale à la vîtesse y qu'acquerroit un corps tombant librement de la hauteur hq du liquide au-dessus de l'orifice : donc etc.

La loi que nous venons d'établir relativement à la vîtesse des écoulemens est fondée sur ce principe, que le liquide sortant par l'orifice est chassé par le poids entier de la colonne correspondante ; et ce principe n'est exactement vrai que lorsque l'orifice est infiniment petit. Car concevons le fond d'un vase prismatique vertical rempli d'eau, subitement anéanti, il est visible, d'après les lois de la pesanteur, que la tranche du fond n'éprouvera aucune action des tranches supérieures, et qu'elles descendront toutes avec la même vîtesse : d'où il résulte que la tranche du fond ne porte ce poids total de la colonne supérieure, que lorsque les tranches supérieures perdent leurs vîtesses ; ce qui n'a lieu que lorsque l'orifice est infiniment petit.

297. Il importe néanmoins de remarquer que si

un orifice horizontal, quoique fini, est petit par rapport à la largeur du vase qui renferme le liquide, sa vîtesse au sortir de l'orifice est très-sensiblement la même que si cet orifice étoit infiniment petit; mais alors cette vîtesse n'est pas entièrement produite par la pression de la colonne supérieure. Chaque particule obéit à la fois à l'impulsion de sa propre pesanteur et à l'action des particules contiguës, qui est sans cesse favorisée ou contrariée par leur adhérence mutuelle. Il est aisé de concevoir que toutes ces forces peuvent se combiner entr'elles, de manière que la vîtesse qui en résulte pour le liquide au sortir de l'orifice, soit la même que si elle étoit produite exclusivement par la pression de la colonne supérieure; et l'expérience fait voir que cette combinaison a lieu dans la nature.

Seconde expérience. On prend un vase d'une hauteur de 42 décimètres (13 pieds), dont le fond est traversé par un tube cylindrique de 6 millimètres (3 lignes) de diamètre, et de 16 millimètres (7 lignes) de longueur. Dans l'espace d'une minute, il s'écoule par ce tube 180 décimètres cubes d'eau (905 pouces cubiques). Si l'on conçoit cette eau changée en une colonne d'eau, dont le diamètre soit égal à celui de l'ouverture du petit tube, elle sera alors de la longueur de 4989 décimètres (1536 pieds); et conséquemment la première lame de fluide sort avec une vîtesse, qui peut lui faire parcourir dans une minute 4989 décimètres (1536 pieds). Lorsqu'un corps pesant tombe librement de la hauteur de 39 décimètres (12 pieds), il acquiert une vîtesse

avec laquelle il peut parcourir dans une minute l'espace de 4850 décimètres (1493 pieds ; mais s'il tombe de la hauteur de 42 décimètres (13 pieds), il acquiert une vîtesse avec laquelle il peut parcourir dans une minute 5457 décimètres (1680 pieds) : d'où il résulte que l'eau qui sort de l'orifice par la pression d'une colonne d'eau de la hauteur de 42 décimètres (13 pieds), a plus de vîtesse que le corps qui est tombé de la hauteur de 39 décimètres (12 pieds), et qu'elle en a moins que le corps qui tombe de la hauteur de 42 décimètres (13 pieds). Cette différence a pour cause le frottement qu'éprouve l'eau en coulant par l'ouverture du tube.

298. Si l'on a deux vases de différente hauteur remplis de même fluide, et dont les fonds soient percés d'orifices égaux, la quantité de fluide qui en sortira dans le même temps, sera comme la racine carrée de la hauteur du fluide au-dessus des orifices.

Donné le même temps et le même diamètre des orifices, la quantité de fluide écoulée doit être évidemment comme la vîtesse du fluide qui sort, et conséquemment comme la racine carrée de la hauteur du fluide au-dessus des orifices. L'expérience suivante justifie cette assertion.

Troisième expérience. On prend un tube long de 1,299 mètres (4 pieds), au haut duquel on met une jatte qui a en dedans une marque pour pouvoir connoître avec précision la hauteur du fluide. Le tube est percé de deux orifices égaux entr'eux ; l'un se trouve éloigné de 324 millimètres (1 pied) de l'ex-

trémité supérieure du tube; l'autre se trouve à la distance de 1,299 mètres (4 pieds); enfin, l'un est fermé lorsque l'autre est ouvert. Si l'on recueille l'eau qui s'est écoulée par l'orifice supérieur en une minute, et ensuite celle qui est sortie par l'orifice inférieur dans le même temps, cette dernière se trouve double de la première; or, la vîtesse de l'eau qui coule par l'orifice inférieur, est double de la vîtesse de l'eau qui coule par l'orifice supérieur, n° 296: la quantité d'eau qui s'est écoulée est donc comme la vîtesse avec laquelle elle s'est échappée; et conséquemment la quantité de fluide qui sort d'orifices égaux, dans le même temps, est comme la racine carrée de la hauteur du fluide au-dessus des orifices.

299. Si l'on a un vase d'une hauteur donnée, qui soit entretenu constamment plein, et qu'on perce son fond d'un orifice d'une grandeur connue, en mesurant avec exactitude la quantité du fluide qui s'écoule de cet orifice dans un certain temps, on pourra savoir combien il s'écoulera du même fluide, dans un temps donné, d'un autre vase entretenu constamment plein, qui n'ait ni la même capacité, ni la même hauteur que le premier, pourvu que son fond soit percé d'un orifice de même diamètre que celui du premier vase. Que l'un de ces vases ait la hauteur d'un mètre; que le second ait la hauteur de quatre mètres; qu'il s'échappe du premier 6 kilogrammes d'eau (196 onces) dans une minute; il s'en écoulera du second 12 kilogrammes (392 onces) dans le même temps, puisque les quantités de fluide qui

s'écoulent en temps égaux d'orifices égaux, sont comme les racines carrées des hauteurs du fluide au-dessus des orifices.

300. Si le vase A, B, C, D (fig. 49) est entretenu constamment plein, il sort par l'orifice F, abstraction faite des obstacles, une colonne FH de fluide deux fois plus longue que EF, dans le temps qu'un corps tombant librement parcourt la hauteur EF du fluide.

Le fluide qui sort par l'orifice F, se meut avec une vîtesse égale à celle qu'a acquise à la fin de sa chute un corps tombant librement de E en F, n° 296. De plus, le fluide coule toujours avec la même vîtesse, tandis que le corps qui tombe de E en F, en quittant son état de repos, se meut d'un mouvement uniformément accéléré; et l'espace parcouru d'un mouvement uniformément accéléré, est la moitié de l'espace parcouru d'un mouvement uniforme, dans le même temps et avec la vîtesse acquise à la fin de l'accélération, n° 59.

301. Si l'on a deux vases de même hauteur, remplis du même fluide, et dont les fonds soient percés d'orifices inégaux, la quantité de fluide qui en sort dans le même temps suit évidemment le rapport des aires des orifices. Toutes les expériences faites avec de l'eau attestent cette vérité.

302. Tout étant supposé égal, excepté les temps, il paroît évident que les quantités de fluide qui coulent sont comme les temps; et conséquemment ces quantités sont généralement en raison composée des temps, des aires des orifices, et des racines

carrées des hauteurs du fluide au-dessus des orifices.

303. Dans les vases qui ne sont pas entretenus constamment pleins, la vîtesse, pendant que le fluide coule, change à chaque instant : il faut donc avoir égard à ce changement des vîtesses, dans la comparaison des temps pendant lesquels différens vases se vident.

304. Les temps pendant lesquels des vases cylindriques de même diamètre et hauteur se vident, le fluide coulant par des orifices inégaux, sont entr'eux en raison inverse des aires des orifices.

Concevons que le vase ABCD (fig. 50) est divisé en colonnes d'égale épaisseur, et dont le diamètre est égal à celui de l'orifice E; que le vase FGHL (fig. 51) soit aussi conçu divisé en colonnes, dont la base est l'orifice K. Puisque les colonnes sont de même hauteur dans les deux vases, elles parcourront leurs hauteurs dans le même temps : d'où il résulte que le temps de l'évacuation du vase ABCD sera au tems de l'évacuation du vase FGHL, comme le nombre des colonnes en ABCD est au nombre des colonnes en FGHL; mais leur nombre est en raison inverse des bases, c'est-à-dire, des aires des orifices E, K; et conséquemment les temps de l'évacuation de ces vases sont en raison inverse des aires des orifices.

305. Quand des vases cylindriques sont inégaux et d'égale hauteur, ils se vident, par des orifices égaux, dans des temps qui sont comme les bases des cylindres.

Soient

Soient les deux vases cylindriques ABCD, EFGH (fig. 52 et 53) de même hauteur et de différent diamètre, remplis du même fluide, et percés dans leurs bases d'orifices égaux P et O. Concevons ces vases divisés en colonnes dont les diamètres soient comme ceux des orifices. Puisque ces colonnes ont toutes la même hauteur, chacune d'elles peut s'écouler dans le même temps; et par conséquent le temps de l'évacuation du vase ABCD est au temps de l'évacuation du vase EFGH, comme le nombre des colonnes en ABCD est au nombre des colonnes en EFGH; mais leur nombre est comme les bases des cylindres; d'où il résulte que les temps de l'évacuation sont comme les bases des cylindres.

306. Si des vases cylindriques ont des bases égales et des hauteurs différentes, ils se videront, par des orifices égaux, en des temps qui sont comme les racines carrées de leurs hauteurs.

Supposons que les vases cylindriques ABCD, EFGH (fig. 54 et 55), ne diffèrent que par leurs hauteurs, qui sont entr'elles comme 4 à 1. Dans cette supposition, la vitesse avec laquelle le fluide commence à sortir du vase qui a la plus grande hauteur, sera à la vitesse du second comme 2 sont à 1, n° 296; et conséquemment la quantité de fluide qui s'est écoulée en même temps, sera aussi comme 2 sont à 1. Cette même raison a toujours lieu après que le fluide s'est déjà écoulé de chaque vase: d'où il résulte qu'il faut un temps double pour que la quantité de fluide qui s'est écoulée du premier vase soit à celle du second comme 4 à 1; mais les

quantités de fluide contenues dans ces deux vases sont comme 4 à 1 ; donc les temps de l'évacuation sont comme 2 à 1, c'est-à-dire, comme les racines carrées des hauteurs.

Quatrième expérience. On prend trois vases cylindriques A, C, B, (fig. 56) de même diamètre, et dont les hauteurs sont comme 1, 3, 4; ils ont chacun une incision à leur embouchure, par laquelle l'eau coule lorsqu'elle surpasse une certaine hauteur, qui doit être prise pour la hauteur du vase. Les fonds des vases A et B, dont les hauteurs sont dans le rapport de 1 à 4, sont percés d'orifices égaux. On les remplit d'eau, et on débouche les orifices dans le même instant. Si l'eau coulant de B tombe dans le vase C, il sera rempli dans le temps que A se vide: le vase C contenant les trois quarts du vase B, il est évident que la quatrième partie qui reste se vide dans le même temps que le vase A, et conséquemment, que le vase A se vide deux fois dans le même temps que B se vide une fois.

307. Les temps dans lesquels des vases cylindriques quelconques se vident, sont donc en raison composée des bases, des racines carrées des hauteurs, et de l'inverse des aires des orifices.

308. Ces principes nous conduisent à déterminer de quelle manière des vases cylindriques ou prismatiques remplis d'un fluide, se vident par des orifices percés à leurs fonds.

309. En supposant le temps de l'évacuation divisé en parties égales, la hauteur du fluide qui s'écoule dans le dernier instant sera 1; celle du fluide qui

s'écoule dans l'instant précédent sera 3, et ainsi de suite, comme la série des nombres impairs, à commencer par l'unité.

310. A mesure que le vase se désemplit, la colonne qui répond à l'orifice du vase cylindrique ou prismatique perd de sa hauteur; de là vient qu'elle exerce une moindre pression sur le fluide qui s'écoule, et conséquemment, que les parties du fluide qui s'échappent, se meuvent d'un mouvement uniformément retardé; les espaces parcourus d'un mouvement uniformément retardé suivent, à commencer par le dernier, la suite des nombres impairs 1, 3, 5, 7, etc., n° 63. Il faut donc que la hauteur du fluide qui s'écoule d'un vase cylindrique ou prismatique dans une suite d'instans égaux, à commencer par le dernier instant, suive les termes de cette progression.

Cinquième expérience. On prend un large tube de verre de la longueur de 1,299 mètres (4 pieds), et dont le diamètre soit partout le même, autant qu'il est possible : on adapte, à l'une des extrémités du tube, un couvercle de cuivre percé d'un orifice très-petit : on remplit ce tube d'eau, et on remarque en combien de temps il se vide. Si le temps de l'évacuation est de 20 minutes, on divise la longueur du tube en 400 parties égales; et après avoir rempli d'eau le tube, l'expérience fait voir qu'il s'écoule, à la première minute, 39 parties à peu près du fluide, 37 à la seconde, 35 à la troisième, 33 à la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la dernière minute, où une seule de ces parties s'écoule.

311. Il importe de remarquer que les expériences de ce genre ne peuvent se trouver parfaitement d'accord avec la théorie qui fait abstraction des circonstances qui accompagnent l'écoulement d'un fluide.

1°. Si l'on perce un orifice au fond d'un vase qui renferme un fluide, toutes les molécules du fluide tendent vers l'orifice qui est le point où se trouve la moindre résistance : cette tendance, qui a d'abord une direction verticale pour toutes les molécules, prend, à une certaine distance de l'orifice, une direction oblique pour les molécules latérales. Leur action sur le fluide qui s'écoule se décompose en deux, dont l'une perpendiculaire au plan de l'orifice, produit seule l'écoulement, et dont l'autre parallèle au plan, contracte la veine fluide. Cette contraction a lieu, d'après les expériences de Newton, jusqu'à une distance de l'orifice qui égale à très-peu près la moitié de son diamètre, et le diamètre de la veine contractée est au diamètre de l'orifice, comme un peu plus de 3 à 4, ou comme $3\frac{1}{2}$ à 4; de sorte que son aire est à celle de l'orifice, comme 10 à 16. Le même physicien a trouvé que pour mesurer avec précision combien il s'écoule de fluide par un orifice donné, il faut compter comme si le diamètre de l'orifice du fond étoit égal au diamètre de la veine contractée, et prendre la hauteur de toute la colonne depuis la surface du fluide dans le vase, jusqu'à l'endroit où la contraction de la veine fluide est la plus grande.

312. 2°. Pour diminuer l'obstacle qu'oppose à l'écoulement la contraction de la veine fluide, au lieu

de faire sortir le fluide d'un vase par un orifice, on le fait sortir par des tuyaux additionnels de même diamètre que l'orifice. La contraction a lieu à l'entrée du fluide dans ces tuyaux, et non à la sortie : d'où il résulte que l'addition des tuyaux diminue la contraction de la veine fluide, et favorise conséquemment l'écoulement du fluide. Ces assertions sont fondées sur un grand nombre d'expériences. Voyez à ce sujet l'*Hydrodynamique* de Bossut.

313. 3°. La forme la plus avantageuse qu'on puisse donner aux tuyaux additionnels, pour avoir, dans un temps donné, la plus grande quantité de fluide par un orifice déterminé, est celle que prend naturellement la veine fluide à la sortie d'un orifice percé dans une mince paroi, c'est-à-dire, qu'il faut donner à ce tuyau la forme d'un cône tronqué, dont la petite base ait pour diamètre celui de l'orifice par lequel on desire que se fasse l'écoulement. Il faut de plus, que l'aire de la petite base soit à l'aire de la grande comme 10 à 16, et que la distance d'une base à l'autre soit à peu près égale au demi-diamètre de la grande base. Le reste de la longueur du tuyau peut être cylindrique ou prismatique; alors l'écoulement sera aussi abondant que celui qui auroit lieu par un orifice égal à la petite base, percé dans une mince paroi, et dans lequel la veine fluide ne souffriroit aucune contraction. Cette forme peut avoir son application dans la pratique, lorsqu'il s'agit de dériver une certaine quantité d'eau d'une rivière, d'un aqueduc, par un canal ou par un tuyau latéral.

314. 4°. Parmi les molécules d'un fluide qui s'échappent par des orifices, certaines se trouvent exposées à un frottement contre les parois des orifices, ce qui retarde leur vîtesse; tandis que celles qui se trouvent au milieu de la lame qui s'écoule, n'éprouvent pas ce frottement: d'où il résulte que le fluide s'écoule avec une vîtesse inégale. Les molécules intermédiaires qui s'échappent avec plus de vîtesse tiennent, par leur force attractive, aux molécules latérales qui se meuvent plus lentement; la vîtesse de celles-ci se trouve par là un peu accélérée, tandis que celle des autres est un peu retardée; ce qui fait qu'il s'écoule par les orifices moins de fluide qu'il n'en devroit sortir d'après les principes établis.

315. La contraction de la veine fluide et le frottement ne sont pas les seuls obstacles qui s'opposent au libre écoulement des fluides. Rarement trouvet-on des tuyaux exactement droits; et si l'on emploie des tuyaux recourbés, la résistance augmente avec le nombre des courbures des tuyaux. Le mouvement des fluides qui s'écoulent par des orifices, est sujet à d'autres anomalies dont nous ferons connoître les causes en parlant des eaux jaillissantes.

CHAPITRE V.

Des Fluides jaillissans.

316. La vîtesse d'un fluide qui s'échappe par un orifice percé au fond d'un vase, égale celle qu'acquerroit un corps tombant librement de la surface supérieure du fluide jusqu'à l'orifice, n° 296; et la vîtesse qu'acquiert un corps tombant librement d'une certaine hauteur, est suffisante pour le faire remonter à la hauteur dont il est descendu, n° 63: d'où il résulte que la vîtesse d'un fluide qui s'échappe par un orifice fait au fond d'un vase, peut le faire monter à la hauteur de celui que le vase renferme, pourvu qu'à la faveur d'un tuyau de conduite recourbé dans sa partie inférieure, on donne à son mouvement une direction de bas en haut.

317. Si le diamètre de l'ouverture par laquelle le fluide doit s'échapper égale celle du tuyau, le fluide ne s'élevera jamais à la hauteur fixée, 1°. parce que le fluide s'attache aux parois du tuyau en vertu de la force attractive, ce qui l'empêche de descendre librement; 2°. parce que le fluide éprouve contre les parois du tuyau un frottement considérable qui retarde la chute du fluide, et empêche par conséquent le jet de s'élever à la hauteur qu'il devroit atteindre.

318. Mais si l'on suppose que le diamètre du

tuyau restant le même, celui de l'ouverture du jet soit moindre qu'auparavant, le fluide s'élève beaucoup plus haut que dans le cas précédent : sa chute est alors moins rapide, et conséquemment les molécules du fluide n'éprouvent pas contre les parois du tuyau un frottement si considérable.

319. Il importe donc que l'ouverture du jet soit plus étroite que celle du tuyau; mais gardons-nous de croire que, cette condition étant remplie, le fluide monte verticalement jusqu'au plan du niveau de celui qui remplit le réservoir : plusieurs causes s'y opposent.

320. 1°. La vîtesse avec laquelle un fluide jaillit diminue à chaque instant, et la colonne du fluide jaillissant est composée de parties qui ont différente vîtesse à différente hauteur. Toutes les parties de la colonne, qui a partout le même diamètre, se meuvent nécessairement avec la même vîtesse : cette colonne devient donc plus large à chaque instant, pendant que la vîtesse du fluide diminue. Cette dilatation a pour cause l'impétuosité du fluide qui suit, qui retarde partout la vîtesse.

321. 2°. Lorsque le fluide s'est élancé aussi haut qu'il est possible, et qu'il a par conséquent perdu tout son mouvement, il reste dans la partie supérieure de la colonne ; il est soutenu un instant par le fluide qui suit, avant que de couler vers les côtés. Pendant ce temps le mouvement du fluide qui suit est retardé, et ce retard se communique à toute la colonne. On diminue cette cause de retard en inclinant un peu la direction du fluide. *Toricelli* a

fait voir, et l'expérience confirme, qu'un fluide jaillissant monte à une plus grande hauteur, sa direction étant un peu oblique à l'horizon, que lorsqu'elle est verticale; mais cette inclinaison diminue la beauté du spectacle, qui est toujours plus varié, et par conséquent plus agréable à la vue, lorsque le fluide jaillissant a une direction verticale.

322. 3°. Le fluide jaillissant éprouve, aux bords de l'ouverture du jet, un frottement qui augmente à mesure que le diamètre de l'ouverture diminue relativement au diamètre du tuyau; car le frottement du fluide jaillissant est comme la circonférence de l'ouverture, ou comme son diamètre; mais la quantité de fluide qui sort par l'ouverture est comme la surface de l'ouverture, c'est-à-dire, comme le carré de son diamètre : d'où il résulte que si le diamètre d'une ouverture est double de celui d'une autre ouverture, le frottement sera dans le rapport de 2 à 1, tandis que la quantité de fluide sera dans le rapport de 4 à 1; et conséquemment la même quantité de fluide éprouve dans le premier cas une fois moins de frottement que dans le second. Il est aussi évident qu'en augmentant la vitesse, on augmente le frottement; c'est pourquoi il faut augmenter l'ouverture proportionnellement à la hauteur du fluide jaillissant, afin de diminuer le frottement d'un côté pendant qu'il augmente de l'autre. Mais cette augmentation de l'ouverture a une limite que l'on ne peut franchir sans produire dans la hauteur du jet une diminution considérable, qui doit toujours avoir

lieu, lorsque le diamètre de l'ouverture du jet égale le diamètre du tuyau.

On donne ordinairement la figure d'un cône tronqué aux extrémités des tuyaux par lesquels on fait jaillir l'eau ; elle éprouve à cette extrémité un frottement considérable, et son mouvement devient irrégulier. Pour corriger ce défaut, on couvre l'extrémité, d'une lame plane et bien polie, percée d'un trou dont les côtés doivent être aussi très-polis. Par ce moyen, l'eau s'élève à une plus grande hauteur, elle conserve même toute sa transparence, parce qu'elle s'élève d'un mouvement tout à fait régulier.

4°. Le fluide jaillissant éprouve de la part de l'air une résistance sensible ; il résiste, comme tous les corps, en vertu de son inertie : le fluide jaillissant exerce son action sur ses molécules, qui retardent par leur réaction le mouvement du fluide. De plus, l'air enveloppe toute la colonne du fluide jaillissant, dont le diamètre augmente à mesure qu'elle s'élève ; il forme ainsi une espèce de canal, dans lequel le fluide éprouve un frottement qui altère sa vitesse.

De tous les physiciens connus, il n'en est aucun qui ait fait ni plus d'expériences, ni plus d'intéressantes observations sur les fluides jaillissans que le célèbre Mariotte. C'est à lui que nous devons de connoître comment on doit diriger les tuyaux, quel diamètre ils doivent avoir par rapport à celui de l'ouverture du jet ; enfin, quelle est la hauteur à laquelle il faut élever le réservoir pour avoir un jet

d'une hauteur donnée. Voici les résultats auxquels Mariotte a été conduit par une suite d'expériences bien faites.

HAUTEUR du jet en pieds.	HAUTEUR qu'on doit donner au réservoir.	HAUTEUR du jet en mètres.	HAUTEUR du réservoir.
	pieds. pouces.	mètres.	mètres.
5	5+ 1	1,624	1,624+ 0,027
10	10+ 4	3,248	3,248+ 0,108
15	15+ 9	4,872	4,872+ 0,240
20	20+ 16	6,496	6,496+ 0,431
25	25+ 25	8,120	8,120+ 0,676
30	30+ 36	9,744	9,744+ 0,974
35	35+ 49	11,368	11,368+ 1,326
40	40+ 64	12,992	12,992+ 1,732
45	45+ 81	14,616	14,616+ 2,192
50	50+100	16,240	16,240+ 2,707
60	60+144	19,488	19,488+ 3,897
70	70+196	23,736	23,736+ 5,304
80	80+256	25,984	25,984+ 6,928
90	90+324	29,232	29,232+ 8,769
100	100+400	32,780	32,780+10,826

CHAPITRE VI.

De la résistance que les fluides opposent au mouvement des corps.

323. Lorsqu'un corps se meut dans un fluide, il rencontre sans cesse sur sa route des molécules qui résistent à l'effort qu'il fait pour les déplacer. Elles résistent, 1°. comme tous les corps en vertu de leur inertie; 2°. en vertu de la force de cohésion qui unit plus ou moins étroitement les molécules du fluide; car il est visible qu'un corps qui, dans son mouvement, sépare les molécules d'un fluide, doit employer une partie de sa force à vaincre celle qui unit ces mêmes molécules.

324. Pour apprécier la résistance que fait naître l'inertie des fluides, il faut d'abord avoir égard à la surface extérieure du mobile; et la résistance des fluides semble augmenter, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnellement à cette surface.

Première expérience. On prend un moulinet garni de quatre ailes auxquelles on donne diverses inclinaisons, et après les avoir mises en mouvement avec la même force, l'expérience fait voir que le nombre des mouvemens est d'autant moins grand, que les ailes présentent à l'air plus de surface.

La raison de ce phénomène s'offre comme d'elle-même. Plus un corps présente de surface au fluide dans lequel il se meut, plus il déplace des molécules

du fluide dans le même temps, et conséquemment plus il éprouve de résistance. Ainsi un vaisseau qui a toutes ses voiles déployées donne plus de prise au vent : le batelier fait agir sa rame par le plat quand il cherche un point d'appui dans la résistance de l'eau ; mais il la relève par le tranchant pour avoir à vaincre une moindre résistance. On donne aux flèches une forme conique, et on les lance de manière qu'elles présentent la pointe à l'air, afin de leur conserver plus de vîtesse en diminuant la résistance.

325. Toutes choses égales d'ailleurs, la résistance des fluides est proportionnelle à leur densité, parce que le nombre de molécules à déplacer par le mobile croît évidemment en raison de la densité du fluide.

Deuxième expérience. On fait mouvoir plusieurs pendules de même longueur et de même diamètre dans l'air : ils font le même nombre d'oscillations, parce qu'ils éprouvent la même résistance. On recommence l'expérience en faisant mouvoir l'un dans l'air, l'autre dans l'eau, le troisième dans le mercure ; et l'on observe que le pendule mu dans le mercure est réduit presque subitement au repos ; celui qui se meut dans l'eau perd dans peu de temps tout son mouvement, et celui qui oscille dans l'air continue à se mouvoir pendant long-temps.

326. De semblables expériences sur le mouvement des pendules de plomb, de fer, de bois de différens diamètres, dans l'air, dans l'eau, dans le mercure, en variant les arcs d'oscillation, ont conduit *Newton* aux résultats suivans.

La résistance des fluides est proportionnelle ; 1°. à leur densité ; 2°. aux carrés des diamètres des pendules ; 3°. aux carrés de leurs vîtesses.

327. *Newton* a obtenu les mêmes résultats en faisant des expériences avec des balles de plomb enduites de cire pour leur donner des densités différentes, afin de comparer le temps qu'elles mettroient à tomber dans un tube d'une hauteur donnée, et rempli de fluides de différente densité.

328. *Désaguillers* a fait avec *Hauxbée* de nombreuses expériences qui confirment les résultats obtenus par *Newton*. Ils ont laissé tomber du haut de la coupole de l'église de Saint-Paul de Londres, des balles de différens diamètres, de différentes densités ; et ils ont remarqué que le temps de leur descente étoit d'autant plus long, qu'à volume égal elles étoient plus légères, et qu'à même densité elles avoient moins de diamètre.

La hauteur de la coupole est de 89 mètres (environ 272 pieds).

Poids des boules en centigrammes.	Diamètre en centimètres.	Temps de la chute.
centigrammes.	centimètres.	secondes.
517,7	14,234	22,125
526,35	14,0717	21,625
679,68	14,3423	19,375
730,12	14,4235	18,75
828,36	14,0527	17,25
7009,2	13,8011	7,125
8071,2	14,8835	7
9558	14,6670	6,5
13859,1	15,0180	6,125
15452,1		6

Ces résultats portèrent *Lambert* à conclure que la résistance des fluides étoit proportionnelle, 1°. à leur densité; 2°. aux carrés des diamètres des balles; 3°. aux carrés des vîtesses des corps.

329. Il est aisé de sentir pourquoi la résistance qu'un fluide oppose, en vertu de son inertie, est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle au carré de la vîtesse du mobile. Un corps ayant plus de vîtesse, parcourt plus d'espace dans le même temps : il rencontre donc sur sa route un plus grand nombre de molécules du fluide, et sous ce rapport, la résistance est proportionnelle à la vîtesse. Ce n'est pas tout; si le mobile a plus de vîtesse, il a aussi plus de force; il choque donc avec plus de force chaque molécule du fluide qu'il rencontre; et conséquemment il perd de sa force, à raison du nombre des molécules qu'il déplace, et à raison de la force avec laquelle il les déplace; ce qui fait que la résistance du fluide est proportionnelle au carré de la vîtesse.

330. La proportionnalité de la résistance des fluides au carré des vîtesses, quoiqu'établie sur des expériences nombreuses et non équivoques, a trouvé neanmoins de puissans contradicteurs parmi lesquels on compte le célèbre *Euler*. C'est ce qui détermina *Schulzer* à faire de nouvelles expériences sur le temps de la montée et de la descente d'une balle de plomb chassée d'un fusil par de l'air comprimé dont il avoit déterminé le ressort. Ses résultats sont :

Hauteur du mercure, correspondante à la pression de l'air.	Durée de la montée et de la descente.
centimètres.	secondes.
23,75	12,5
22,88	12
17,108	11
12,321	10
6,173	7,5

Lambert, appliquant le calcul à ces résultats, en a conclu (voyez *Mémoires de l'Académie de Berlin, année* 1765) que la résistance étoit proportionnelle au carré des vîtesses, conclusion à laquelle il avoit été conduit par les expériences de *Désaguillers* et de *Hauxbée*, faites à l'église de Saint-Paul de Londres.

331. Jusqu'ici, nous avons considéré la résistance que fait naître l'inertie des fluides ; il nous reste à apprécier celle qu'ils opposent au mouvement des corps, en vertu de la force qui unit leurs molécules. Dans les mouvemens rapides, cette dernière résistance n'est pas comparable à celle qui provient de l'inertie ; mais dans les mouvemens lents, c'est-à-dire, lorsque le corps qui se meut dans un fluide sépare ses molécules sans leur communiquer une vîtesse sensible, il est visible que la résistance, provenant de la cohésion des molécules du fluide, peut égaler, ou même l'emporter sur celle que fait naître son inertie, si le corps se meut avec une extrême lenteur. *Coulomb* a prouvé dans un beau mémoire, publié dans le troisième volume des *Mémoires de l'Institut*, que la résistance qui provient de la cohésion

cohésion des molécules d'un fluide est proportionnelle à la vîtesse.

L'appareil qui a servi à ses expériences, est un vase de 8 décimètres de diamètre et de 4 décimètres de hauteur (fig. 57). Ce vase est plein d'eau, et c'est dans cette eau qu'oscille, au moyen de la force de torsion du fil de suspension *ag*, le corps dont on veut évaluer la résistance.

Au haut de la potence NLK, est un petit cercle *fe*, percé à son centre, où entre une cheville terminée en *a*, par une pince.

L'extrémité supérieure *a*, du fil de suspension *ag*, est saisie par cette pince; l'extrémité inférieure du même fil est saisie par une autre pince *g*, qui répond au centre du disque DQ. Cette pince est placée à l'extrémité supérieure d'un cylindre de cuivre *g*, et dont le diamètre est 10 à 12 millimètres; ce cylindre traverse le disque perpendiculairement à son plan; l'axe du cylindre est le même que l'axe du disque; l'extrémité inférieure du cylindre plonge dans l'eau de 4 ou 5 centimètres.

Le disque DQ se trouve ainsi suspendu horizontalement au-dessus de la surface de l'eau, et la circonférence de ce disque est divisée en 480 degrés. Lorsqu'il est en repos, ce qui arrive lorsque la torsion du fil est nulle, l'on place l'index *f*Q sur le point *o* de la division du disque. La petite règle *fm*, qui porte l'index, peut s'élever ou se baisser à volonté autour de son axe *n*, et la potence *fmgh* se transporte autour du disque, suivant la position où s'arrête le point *o* de ce disque.

L'on place au-dessous du cylindre *gd*, les plans et les corps dont on veut déterminer la résistance; et l'on fait tourner légérement le disque DQ, en le soutenant avec les deux mains jusqu'à une certaine distance de l'index, sans déranger la position verticale du fil de suspension. L'on abandonne ensuite ce disque à lui-même. La force de torsion le fait osciller, et l'on observe la diminution successive des oscillations.

Coulomb se sert, dans ses expériences, de la force de torsion (1) d'un fil de laiton. Cette force est proportionnelle à l'angle de torsion; car, si l'on suspend un corps quelconque par un fil de métal, on trouve que, quelqu'étendues que soient les oscillations que fait le corps autour de l'axe vertical formé par le fil de suspension, la durée de chaque oscillation est toujours la même : d'où il résulte que le moment de la force de torsion est proportionnel à l'angle de torsion.

En partant de ce principe, *Coulomb* obtient, à l'aide de l'expérience, la force de torsion représentée par un poids connu; ce qui le conduit à déterminer, par le calcul, le moment de la force de torsion, qu'il compare ensuite, dans les mouvemens oscillatoires, avec la résistance des fluides.

La loi que la théorie semble indiquer, et qui est effectivement confirmée par l'expérience, consiste en ce que, lorsqu'un corps en mouvement frappe

(1) On appelle *force de torsion*, l'effort que fait un fil qui a été tordu pour revenir à son premier état.

les molécules d'un fluide, il éprouve deux sortes de résistance; l'une provenant de l'inertie du fluide, et qui, comme nous l'avons vu plus haut, est proportionnelle au carré de la vitesse; l'autre provenant de la cohésion, et qui est proportionnelle à la simple vitesse.

En admettant cette loi comme hypothétique, *Coulomb* soumet au calcul la résistance que les corps éprouvent dans les mouvemens oscillatoires, et il parvient à une formule composée de deux termes; l'un proportionnel au carré de la vitesse, l'autre proportionnel à la simple vitesse.

Si, par la nature des expériences que l'on exécute, le terme proportionnel au carré de la vitesse s'évanouit, comme lorsqu'un plan se meut dans le sens de sa surface d'un mouvement très-lent, la formule se réduit à un seul terme, qui est proportionnel à la simple vitesse.

Première expérience. Coulomb a fixé horizontalement, au moyen d'une vis, sous le cylindre en *d* (fig. 57), un cercle de fer blanc de 195 millimètres de diamètre. Le système suspendu au fil de laiton étoit composé du disque DQ, du cylindre *gd*, et du plateau de fer blanc AA'C; il a fait quatre oscillations en 97″.

Premier essai. Le départ à 192° du point *o* de torsion, l'amplitude des oscillations, après dix oscillations, se trouve réduite à...... 52° 5.

Deuxième essai. Le départ à 13° 8 après dix oscillations, à............ 3° 3.

15..

Le premier essai donne, d'après la formule,

$$\frac{\log 192 - \log 52.3}{10} = 0.0565;$$

Le second essai donne, d'après la même formule,

$$\frac{\log 13.8 - \log 3.3}{10} = 0.0571.$$

Dans le premier essai, le point du départ étoit à 192° du point *o*; dans le second, il n'étoit qu'à 13° 8 du même point : ainsi l'amplitude du départ au premier essai étoit à peu près quatorze fois plus considérable qu'au dernier ; et, malgré cela, on trouve qu'après dix oscillations la différence des logarithmes des amplitudes, divisée par le nombre des oscillations, est presque exactement la même : on peut donc conclure de cette expérience, que la résistance étoit ici proportionnelle à la vîtesse, et que le terme qui exprime la partie de la résistance proportionnelle au carré de la vîtesse, n'altéroit pas sensiblement le mouvement du plan.

Deuxième expérience. En suivant le procédé de l'expérience précédente, *Coulomb* a fixé, sous le cylindre, un plateau de fer blanc de 140 millimètres de diamètre; il faisoit quatre oscillations en 92″. Plusieurs expériences faites depuis 200° jusqu'à 8°, lui ont prouvé que la différence des logarithmes des amplitudes, pour dix oscillations successives, divisée par 10, étoit, quelle que fût l'amplitude du départ, égale à 0.021.

Troisième expérience. Sous le même cylindre *Coulomb* a fixé, par son centre, un cercle de fer

blanc de 119 millimètres de diamètre. Le système faisoit quatre oscillations en 91″. *Coulomb* a eu, pour la différence des logarithmes des amplitudes de départ et d'arrivée, après dix oscillations divisées par 10, la quantité 0.0135.

332. Ces expériences, que *Coulomb* emploie ensuite à déterminer le coefficient de la vitesse dans la formule qui représente la partie de la résistance du fluide, proportionnelle à la simple vitesse, le conduisent à conclure que la résistance des fluides dans les mouvemens lents est représentée par deux termes, l'un proportionnel à la simple vitesse, l'autre au carré de la vitesse.

333. Lorsqu'un corps est en mouvement dans un fluide, la nature de la surface influe-t-elle sur la résistance ?

Pour résoudre cette question, *Coulomb* a enduit la surface d'un cercle de fer blanc d'une couche de suif, qu'il a essuyée en partie, pour qu'elle n'augmentât pas sensiblement l'épaisseur du cercle ; il a fait osciller ce cercle dans l'eau, de la même manière que dans les expériences précédentes. Il a observé avec soin la diminution successive des oscillations, et il l'a trouvée exactement la même pour les mêmes degrés d'amplitude d'oscillations, qu'avant que la surface eût été enduite de suif.

Au moyen d'un tamis, il a répandu sur l'enduit précédent du grès en poussière, qui a adhéré à la surface, et il a trouvé une augmentation à peine sensible dans la résistance de la même surface.

Coulomb conclut de cette expérience que la partie

de la résistance, proportionnelle à la simple vitesse, est due à la cohésion des molécules du fluide entr'elles, et non à l'adhésion de ces molécules avec la surface du corps : quelle que soit en effet sa nature, il est parsemé d'une infinité d'inégalités où se logent fixément des molécules fluides.

334. *Coulomb* s'est occupé ensuite de savoir si la pression plus ou moins grande du fluide sur un corps submergé augmentoit sa résistance.

Il a d'abord essayé de faire osciller le corps sous l'eau à deux profondeurs différentes; l'une de 2 centimètres, l'autre de 50, et il n'a trouvé aucune différence dans les résistances; mais comme la surface de l'eau est chargée de tout le poids de l'atmosphère, et qu'un demi-mètre de plus dans cette charge ne peut pas produire des augmentations de résistance sensibles, il a employé un autre moyen plus propre à décider cette question.

Après avoir placé un vase rempli d'eau sous le récipient à tige et à collier de cuir d'une machine pneumatique, *Coulomb* a attaché au crochet de la tige, un fil de clavecin numéroté 7 dans le commerce, et y a suspendu un cylindre de cuivre qui plongeoit dans l'eau du vase. Sous ce cylindre il a fixé un plan circulaire de 101 millimètres de diamètre; et lorsque les oscillations cessant, la force de torsion est devenue nulle, il a marqué, au moyen d'un index fixé au cylindre et d'un point correspondant sur la planche, le point qui répondoit à *o* de torsion.

Il a fait ensuite tourner rapidement la tige d'un cercle entier, ce qui a donné au fil un cercle entier

de torsion, et il a observé les diminutions successives des oscillations. Il a trouvé cette diminution pour un cercle de torsion, à peu près d'un quart de cercle à la première oscillation, mais exactement la même, soit que l'expérience se fît dans le vide ou non. Une petite palette de 50 millimètres de longueur et de 10 millimètres de largeur, frappant l'eau perpendiculairement à son plan, a donné le même résultat.

Cette expérience prouve que lorsqu'un corps submergé se meut dans un fluide, la pression ou la hauteur du fluide au-dessus du corps n'augmente pas sensiblement sa résistance; et que conséquemment la portion de cette résistance, proportionnelle à la vitesse, ne peut en rien être comparée avec le frottement des corps solides, qui est toujours proportionnel à la pression. (*Voyez*, pour de plus amples développemens, le troisième volume des *Mémoires de l'Institut*, p. 246 et suivantes).

335. Lorsqu'un fluide est en mouvement, la résistance qu'il oppose est ou plus grande, ou plus petite, suivant la direction de la force qui l'anime; plus grande, si le fluide se meut en sens contraire du mobile; plus petite, si le fluide et le mobile se meuvent dans la même direction. Un homme qui marche contre la direction du vent, un poisson qui remonte le courant d'une rivière, ont chacun à vaincre une double résistance; l'une est l'inertie du fluide qu'il faut déplacer, l'autre est le mouvement acquis du fluide, dont la direction est contraire à

la leur. Voilà pourquoi, quand on fait mouvoir un corps contre la direction d'un fluide animé d'une grande vitesse, on diminue son volume pour donner moins de prise à l'effort du courant. Un vaisseau qui a le vent contraire plie ses voiles quand le vent souffle avec violence, etc. Si le mobile et le fluide se meuvent, suivant la même direction avec des vitesses égales, la résistance du fluide est nulle : tel est un poisson qui suit exactement le courant de l'eau; tel est un ballon qni se meut au gré des vents, etc. Si le fluide et le mobile se meuvent dans la même direction avec des vitesses inégales, celui des deux qui a le plus de vitesse en communique à l'autre aux dépens de celle qu'il a : un boulet de canon qui part dans la direction du vent n'éprouve pas, de la part du fluide atmosphérique, autant de résistance qu'il en éprouveroit si l'atmosphère étoit tranquille : sa vitesse est moins retardée ; mais comme il va plus vite que l'air, il est forcé de se frayer une route à travers ce fluide qui fuit devant lui avec trop de lenteur, ce qui retarde sa vitesse.

336. Il nous reste à dire un mot de la résistance qu'éprouvent des bateaux dans un canal contenant des hauteurs d'eau différentes. *Bossut* a publié sur cet objet, dans la nouvelle édition de son *Hydrodynamique*, 2ᵉ volume, page 346, des expériences très-intéressantes, qni l'ont conduit à conclure que la résistance des fluides renfermés dans des canaux étroits ou peu profonds, est plus grande que celle des fluides indéfinis en tout sens. La différence

peut aller très-loin ; elle dépend des dimensions transversales du canal, et de la forme des bateaux de comparaison.

337. Le même physicien a consigné dans l'ouvrage cité, 2e volume, page 377, une suite d'expériences qui ont pour objet la résistance des bateaux provenant de leur forme. Elles concourent à prouver que des trois lois de résistance données par la théorie ; savoir, 1°. que la résistance d'une surface quelconque, plane ou courbe, mue avec différentes vitesses, est comme le carré de la vitesse ; 2°. que les résistances directes de différentes surfaces planes, mues avec la même vitesse, sont proportionnelles aux étendues de ces surfaces ; 3°. que les résistances sur des plans obliques, sont comme le carré du sinus de l'angle d'incidence sur le plan ; que de ces trois lois, les deux premières sont sensiblement conformes à l'expérience, mais que la troisième s'en écarte, du moins lorsque les angles d'incidence deviennent un peu aigus. Le tableau suivant contient ces différences.

TABLEAU comparatif des résistances sous une même vitesse, pour une suite d'angles depuis 180 degrés jusqu'à 12 degrés.

VALEUR des angles.	RÉSISTANCES COMPARATIVES Suivant la théorie.	Suivant l'expérience.	DIFFÉRENCES des deux suites.
180	10000	10000	0
168	9890	9893	3
156	9568	9478	10
144	9045	9084	39
132	8346	8446	100
120	7500	7710	210
108	6545	6925	380
96	5523	6148	625
84	4478	5433	955
72	3455	4800	1345
60	2500	4404	1904
48	1654	4240	2586
36	955	4142	3187
24	432	4063	3631
12	109	3999	3890

LIVRE III.

De l'attraction.

338. Nous nous sommes occupés jusqu'ici des phénomènes qui dépendent de l'inertie ; il nous reste à parler de ceux qui appartiennent à l'attraction, pour terminer tout ce qui regarde les propriétés communes au même degré à tous les corps de la nature.

339. L'attraction est cette propriété en vertu de laquelle les corps s'approchent, ou tendent à s'approcher les uns des autres. Nous considérerons d'abord cette propriété dans tous les corps de la nature, mais particulièrement dans les corps célestes ; et alors nous l'appelerons *gravité*. Nous l'examinerons ensuite par rapport aux corps terrestres, et sous ce point de vue nous la nommerons *pesanteur*. Enfin nous l'observerons dans les plus petites molécules des corps, et alors elle prendra le nom d'*attraction moléculaire* ou *d'attraction chimique*. Cet examen sera précédé par l'exposition du système planétaire.

PREMIÈRE PARTIE.

Du Système planétaire.

CHAPITRE PREMIER.

Tableau abrégé des mouvemens réels des corps célestes.

340. La terre que nous habitons n'est, pour ainsi dire, qu'un point dans l'espace immense qui embrasse l'univers. De tous les corps qui le composent nous en connaissons trente, dont l'ensemble, sans y comprendre les comètes, forme ce que nous appelons *système planétaire*. Les autres sont placés à des distances qui, si l'on excepte les étoiles dont nous parlerons dans la suite, ne nous permettent pas d'observer les mouvemens qui les animent.

341. Parmi les corps célestes qui composent le système planétaire, le soleil est le seul qui brille d'une lumière qui lui est propre. Tous les autres sont opaques, c'est-à-dire qu'ils interceptent la lumière, et qu'ils ne sont visibles que par une lumière réfléchie. On les divise en deux classes; onze d'entr'eux sont appelés *planètes*, les dix-huit autres portent le nom de *satellites*. Les planètes font leur révolution autour du soleil, et s'en éloignent à différentes distances dans des courbes rentrantes; les

satellites tournent autour de leurs planètes respectives, et les accompagnent dans leur mouvement autour du soleil. Les planètes décrivent dans leur mouvement des ellipses peu différentes du cercle, qui ont une situation à peu près constante, et dont le centre du soleil occupe un des foyers.

342. L'ellipse est une de ces courbes que forme la section de la surface du cône par un plan, et qu'on appelle *sections coniques*. Il est aisé de la décrire. Soit A*a* une ligne droite (fig. 58), dont C est le point du milieu; F, *f* les points également éloignés de C. FG*f* est un fil égal en longueur à la ligne A*a*, et dont les extrémités sont fixées en F et *f*. On tend le fil à l'aide d'une pointe *G*, qui, en glissant le long de ce fil, trace dans son mouvement une courbe qui est une ellipse. Les points F, *f* s'appellent les foyers, C le centre, A*a* le grand axe; le petit axe B*b* passe par le centre, est perpendiculaire sur le grand, et est terminé de part et d'autre par la courbe. Lorsque les deux foyers de l'ellipse sont réunis au même point, l'ellipse est un cercle: en les éloignant elle s'alonge de plus en plus; si leur distance mutuelle devient infinie, la distance du foyer au sommet le plus voisin de la courbe reste finie, et l'ellipse devient une parabole.

343. La distance du centre de l'ellipse décrite au centre du soleil qui occupe un des foyers, se nomme l'*excentricité* de la planète. Dans chaque révolution une planète s'approche une fois du soleil, et s'en éloigne une fois; elle est à sa plus grande distance du soleil lorsqu'elle se trouve à l'extrémité du grand

axe de l'ellipse, la plus éloignée du foyer que le soleil occupe; et à sa plus petite distance, à l'extrémité opposée. La distance d'une planète au soleil s'appelle *moyenne*, lorsqu'elle diffère également entre la plus grande et la plus petite. La planète est alors aux extrémités du petit axe; à ces deux points de l'ellipse la planète est également éloignée des deux foyers, et comme la somme des distances de la planète aux deux foyers égale le grand axe, n° 342, il s'ensuit que la distance moyenne d'une planète égale le demi grand axe.

344. Le point de l'ellipse où la planète est à sa plus grande distance du soleil se nomme *aphélie*; celui où la planète se trouve à sa plus petite distance du soleil se nomme *périhélie* : ces deux points s'appellent communément les *apsides*. La ligne qui joint les apsides, c'est-à-dire le grand axe de l'orbite, s'appelle la *ligne des apsides*. Chaque orbite est dans un plan qui passe par le centre du soleil.

345. Le point où un astre est à sa plus grande distance de la terre se nomme *apogée*. Celui où l'astre se trouve à sa plus petite distance de la terre se nomme *périgée*.

346. Le plan de l'orbite de la terre s'appelle le *plan de l'écliptique*. On le conçoit prolongé de tous côtés, et les astronomes observent la situation des plans des autres orbites par rapport à celui-ci. Les points dans lesquels les orbites coupent le plan de l'écliptique se nomment les *nœuds*, et la ligne qui joint les nœuds d'une orbite quelconque s'appelle la *ligne des nœuds*.

347. Toutes les planètes se meuvent d'occident en orient. Le mouvement tel qu'est celui des planètes dans leurs orbites se nomme *mouvement direct;* le mouvement contraire s'appelle *rétrograde*.

348. Les planètes ne se meuvent pas avec la même vitesse dans tous les points de leurs orbites; mais toujours les aires décrites par leurs rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps. Le mouvement des planètes est d'autant moins rapide, qu'elles sont plus éloignées du soleil; de sorte que la grandeur de l'orbite et la lenteur du mouvement concourent à augmenter la durée de leurs révolutions sidérales ou de leurs temps périodiques.

349. On appelle *axe* d'une planète, une ligne qui passe par le centre de la planète, et sur laquelle elle tourne: les extrémités de cette ligne sont les *pôles* de la planète.

350. Le soleil est animé d'un mouvement de rotation. Toutes les planètes ont un semblable mouvement qui s'effectue dans le même sens que leur mouvement de translation. Les axes même se meuvent parallèlement, ensorte que tous les points de l'axe d'une planète décrivent des lignes égales et semblables.

351. Pour comparer entr'elles les différentes parties du système planétaire, nous prenons pour unité la distance moyenne de la terre au soleil; elle nous servira à mesurer les autres dimensions.

352. Le soleil fait une révolution sur son axe en 25 jours et demi, et cet axe est incliné au plan de l'écliptique de 87 degrés 30 minutes. Le dia-

mètre apparent du soleil, c'est-à-dire l'angle qu'il présente au spectateur placé sur la surface de la terre est de 5936 secondes.

353. Mercure est la planète la plus voisine du soleil. Son diamètre apparent est de 21"3. Le demi-grand axe de son orbite ou sa distance moyenne du soleil est 0,387100; au commencement de 1750, le rapport de l'excentricité au demi-grand axe, étoit 0,205513; l'inclinaison de son orbite, c'est-à-dire l'angle formé par le plan de son orbite avec le plan de l'écliptique est de 6 degrés 55 minutes 30 secondes. Il fait une révolution autour du soleil en 87 jours 23 heures 59 minutes 14 secondes.

354. Vénus vient ensuite. Son diamètre apparent est de 51"54. Sa distance moyenne est 0,723332; le rapport de l'excentricité à la distance moyenne est 0,006885; l'inclinaison de son orbite 3 degrés 23 minutes 10 secondes; la durée de sa révolution sidérale est 224 jours 16 heures 39 minutes 4 secondes; son axe fait avec le plan de l'écliptique, un angle de 15 ou 20 degrés; le mouvement de rotation paroît être d'un jour; ce qui a besoin d'être confirmé par de nouvelles observations.

355. La troisième planète est la Terre que nous habitons. Sa distance moyenne du soleil est 1; le rapport de l'excentricité à la distance moyenne est 0,016814; elle se meut dans le plan même de l'écliptique; son temps périodique, ou l'année *sidérale*, est de 365 jours 6 heures 9 minutes 10 secondes et demie; cette année surpasse de 20 minutes 25 secondes l'année *tropique*, c'est-à-dire, le temps que le

le soleil emploie dans son mouvement apparent à revenir à l'équinoxe du printemps. La terre tourne sur son axe en 23 heures 56 minutes 4 secondes. Son axe fait avec le plan de l'écliptique un angle de 66 degrés 31 minutes.

356. Mars dans sa distance moyenne est éloigné du soleil de 1,523693; le rapport de l'excentricité à la distance moyenne est 0,093088; l'inclinaison de son orbite est 1 degré 50 minutes 47 secondes. Son diamètre apparent moyen est de 30 secondes. La durée de sa révolution sidérale est 686 jours 22 heures 30 minutes. Son mouvement de rotation est de 24 heures 40 minutes.

357. Après Mars vient Vesta, nouvelle planète découverte par Olbers, le 29 mars 1807. Sa distance moyenne au soleil est 2,373000, et la durée de sa révolution sidérale est 1335 jours 205.

358. Vient ensuite Junon, nouvelle planète découverte par Harding, en août 1804. Sa distance moyenne au soleil est 2,667163; la durée de sa révolution sidérale est 1590 jours 998.

359. Cérès, nouvelle planète découverte par Piazzi, le 19 janvier 1801, est éloignée du soleil, dans sa distance moyenne, de 2,767406. Le rapport de l'excentricité à la distance moyenne est 0.079; l'inclinaison de son orbite est 10 degrés 37 minutes; la durée de sa révolution sidérale est 1681 jours 539.

360. Pallas, planète découverte par Olbers, le 28 mars 1802, est éloignée du soleil, dans sa distance moyenne de 2,767592; le rapport de l'excentricité à la distance moyenne est 0,2463; l'inclinaison

de l'orbite est 34 degrés 39 minutes; la durée de sa révolution sidérale est 1681 jours 709.

361. Jupiter, la plus grande des planètes, est éloigné du soleil, dans sa distance moyenne, de 5,202778; le rapport de l'excentricité à la distance moyenne est 0,048077; l'inclinaison de son orbite, 1 degré 19 minutes 38 secondes. La durée de sa révolution sidérale est 4332 jours 12 heures 20 minutes 9 secondes. Le mouvement de rotation 9 heures 56 minutes.

362. Saturne est éloigné du soleil, dans sa distance moyenne, de 9,538785; le rapport de l'excentricité à la distance moyenne est 0,056223, l'inclinaison de son orbite 2 degrés 30 minutes 40 secondes; le diamètre apparent de 54″; la durée de sa révolution sidérale est 10759 jours 6 heures 36 minutes; il est entouré d'un anneau qui ne touche pas la planète et ne la quitte jamais; il n'est visible qu'à l'aide du télescope.

363. La distance moyenne d'Uranus, la planète la plus éloignée du soleil, est 19,183475; le rapport de l'excentricité à la distance moyenne est 0,046683; l'inclinaison de son orbite, 0 degré 46 minutes 12 secondes; la durée de sa révolution sidérale est 30689 jours; le diamètre apparent 12″.

364. La distance moyenne étant donnée, en ajoutant l'excentricité, on trouve la plus grande distance, et la plus petite en soustrayant l'excentricité de la distance moyenne.

365. Les planètes, dont l'orbite embrasse celle de la terre, se nomment *supérieures* : on appelle

inférieures, celles dont l'orbite est embrassée par l'orbite de la terre.

366. Quatre planètes sont accompagnées de leurs satellites : Uranus en a six, Saturne sept, Jupiter quatre, la Terre un; savoir, la Lune. Ces satellites, à l'exception de la lune, ne se découvrent qu'à la faveur du télescope ; ils tournent autour du centre de leurs planètes respectives, et leurs rayons vecteurs décrivent des aircs proportionnelles aux temps.

367. La lune se meut dans un orbe elliptique dont le centre de la terre occupe un des foyers. Le demi-diamètre de la terre étant pris pour unité, la distance moyenne de la lune est de 60 demi-diamètres de la terre. Son excentricité est variable ; la moyenne est de 3 $\frac{1}{7}$ demi-diamètres : le plan de son orbite fait avec le plan de l'écliptique un angle de 5 degrés et quelques minutes ; mais cette inclinaison n'est pas constante. Le diamètre apparent de cet astre est de 5823".

368. Dans le mouvement de la lune autour de la terre, la ligne des apsides, ni celle des nœuds ne vont pas d'un mouvement parallèle. Le mouvement de la ligne des apsides est direct, tandis que celui de la ligne des nœuds est rétrograde : la première emploie environ 9 ans à faire sa révolution, et la seconde 19. La durée de la révolution sidérale de la lune autour de la terre, ou son temps périodique, est de 27 jours 7 heures 43 minutes 11 secondes 36 tierces ; elle tourne sur son axe exactement dans le même temps.

369. Si l'on prend pour unité le demi-diamètre de l'équateur de Jupiter, à la moyenne distance de la planète au soleil, la distance moyenne du premier ou du plus proche de ses satellites est 5,69 ; il tourne autour de Jupiter en 1 jour 18 heures 27 minutes 33 secondes.

370. La distance moyenne du second est 9,06 ; la durée de sa révolution sidérale, ou le temps périodique est de 3 jours 13 heures 13 minutes 42 secondes.

371. La distance moyenne du troisième est 14,46; le temps périodique, 7 jours 3 heures 42 minutes 33 secondes.

372. La distance moyenne du quatrième est 25,43; son temps périodique, 16 jours 16 heures 32 minutes 8 secondes.

373. En prenant pour unité le demi-diamètre de Saturne vu de sa distance moyenne au soleil ; le premier ou le plus proche de ses satellites en est éloigné, dans sa distance moyenne, de 3,08 ; son temps périodique est 22 heures 40 minutes 46 secondes.

374. La distance moyenne du second est 3,95 ; le temps périodique est 1 jour 8 heures 53 minutes 9 secondes.

375. La distance moyenne du troisième est 4,89 ; son temps est périodique, 1 jour 22 heures 18 minutes 27 secondes.

376. La distance moyenne du quatrième est 6,26; le temps périodique, 2 jours 17 heures 44 minutes 22 secondes.

377. La distance moyenne du cinquième 8,75 ; le temps périodique, 4 jours 12 heures 25 minutes 12 secondes.

378. La distance moyenne du sixième est 20,29 ; le temps périodique, 15 jours 22 heures 34 minutes 38 secondes.

379. La distance moyenne du septième est 59,15 ; le temps périodique, 79 jours 7 heures 47 minutes.

380. En prenant pour unité le demi-diamètre d'Uranus, la distance moyenne de son premier satellite à son centre est 13,12 ; le temps périodique, 5 jours 12 heures 25 minutes.

381. La distance moyenne du second satellite est 17,02 ; son temps périodique, 8 jours 17 heures 1 minute 19 secondes.

382. La distance moyenne du troisième satellite est 19,84 ; le temps périodique, 10 jours 23 heures 4 minutes.

383. La distance moyenne du quatrième satellite est 22,75 ; le temps périodique, 13 jours 11 heures 5 minutes 1 seconde.

384. La distance moyenne du cinquième satellite est 45,50 ; le temps périodique, 38 jours 1 heure 40 secondes.

385. La distance moyenne du sixième satellite est 91 ; le temps périodique, 107 jours 16 heures 40 minutes.

386. En comparant les distances moyennes, soit des planètes, soit de leurs satellites, à la durée de leurs révolutions sidérales, il est aisé de retrouver le beau rapport découvert par Kepler ; savoir, que

toutes les fois que plusieurs corps tournent autour d'un même point, les carrés des temps périodiques sont entr'eux comme les cubes de leurs moyennes distances à ce point.

387. Le système planétaire n'est pas exclusivement composé des planètes et de leurs satellites. On apperçoit de temps en temps, dans les espaces célestes, des astres qui, d'abord imperceptibles, augmentent de dimensions et de vitesse, ensuite diminuent et cessent enfin d'être visibles. Ces astres, qui portent le nom de *comètes* (1), sont ordinairement accompagnés d'une longue queue qui paroît toujours du côté opposé au soleil. Dans les siècles d'ignorance, ces longues traînées de lumière étoient regardées comme des phénomènes effrayans qui prenoient naissance dans l'atmosphère. Aujourd'hui l'analogie et l'observation concourent à nous convaincre que les comètes sont des corps opaques comme les planètes, qu'elles se meuvent dans des ellipses très-excentriques dont un des foyers est occupé par le soleil, et que les aires décrites par leurs rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps. Je parlerai avec plus de détail de ces astres dans le huitième paragraphe du chapitre suivant.

388. Le tableau abrégé du système planétaire que nous venons d'exposer est parfaitement conforme

---

(1) Le nombre des comètes connues va toujours croissant. La centième fut observée par Flaugergue, le 25 mai 1811, et Pons en a observé, le 6 octobre 1811, une nouvelle qui est la cent-unième.

aux observations ; aussi les différens objets qu'il renferme sont-ils à l'abri de toute atteinte ? Ceux qui prétendent que la terre est en repos, s'épuisent en déclamations puériles sans donner aucune preuve plausible en faveur de leur opinion. Il importe cependant de détruire leurs frivoles objections, 1°. en faisant voir comment tout ce qu'on observe sur les corps célestes, par rapport au spectateur placé sur la surface de la terre, a lieu dans le système que nous avons exposé, c'est-à-dire, en déduisant les apparences des mouvemens réels ; 2°. en établissant les lois qui règlent les mouvemens des corps célestes ; 3°. en démontrant la réalité du double mouvement de la terre.

CHAPITRE II.

Des Phénomènes célestes produits par le mouvement réel de la Terre et des Planètes dans leurs orbites.

Avant d'entrer dans le détail des mouvemens apparens des corps célestes, et de les déduire de leurs mouvemens connus, il importe de dire un mot en général du mouvement apparent, dont nous parlerons avec plus de détail lorsque nous exposerons les phénomènes de la lucidité.

389. Il est hors de doute que nous ne pouvons observer le mouvement absolu des corps : le seul mouvement relatif est sensible ; car tous les corps terrestres se meuvent autour de l'axe de la terre,

dont le centre tourne autour du soleil, qui lui-même est emporté dans l'immensité des espaces célestes avec la terre et les planètes.

390. Il existe, entre le mouvement relatif et le mouvement apparent, une différence qu'il importe d'apprécier. Le premier consiste dans un changement de situation entre des corps ; le second dépend du changement aperçu dans leur situation, et le changement aperçu dans la situation des corps, diffère presque toujours du changement réel. Nous voyons en effet les objets comme ils sont peints dans notre œil : d'où il résulte que le rapport apparent des objets est le même que celui qui existe entre leurs images tracées sur la rétine ; et le changement de rapport des images par le mouvement des corps, n'est presque jamais le même que le changement de rapport entre ces corps mêmes. En un mot, le mouvement relatif est indépendant du mouvement de l'image ; le mouvement apparent change lorsque le spectateur change de place. Le pilote transporté dans un vaisseau en fait chaque jour l'expérience.

391. Si un corps est placé entre un plan et l'œil, les parties du plan se peignent sur la rétine à côté des parties de l'image du corps : nous devons donc rapporter à la même distance le corps et les parties du plan ; d'où il résulte que ce corps doit nous paroître appliqué sur le plan, quelle que soit la distance qui l'en sépare. De là vient que nous rapportons tous les corps célestes à cette voûte imaginaire qui nous paroît être la limite de l'espace. Ainsi la lune, dont la distance à la terre s'évanouit, relativement à la

distance d'Uranus, nous paroît placée avec cette planète dans la région des étoiles.

Ce que nous venons de dire suffit pour déterminer le mouvement apparent, lorsque le mouvement d'un corps quelconque est donné, et qu'on connoît le mouvement de la terre.

392. En contemplant les cieux, le spectateur terrestre, quoiqu'agité de différens mouvemens, croit être en repos au centre d'une sphère qu'il imagine aux confins de l'espace où se trouvent les étoiles. L'orbe de la terre est si petit, relativement au diamètre de cette sphère, que son centre n'est pas sensiblement changé, quoique le spectateur soit transporté avec la terre : d'où il résulte qu'en tout temps, et dans tous les points de la surface de la terre, ses habitans imaginent la même sphère à laquelle ils rapportent tous les astres, et qu'on nomme *sphère céleste.*

393. Cela posé, si nous concevons une ligne qui aboutisse à cette sphère en passant par la terre et un corps, nous avons le lieu apparent de ce corps. Lorsque la terre ou le corps, ou même tous les deux ensemble, sont en mouvement, cette ligne se meut, et celle que décrit son extrémité dans la sphère céleste, représente le mouvement apparent du corps : d'où il résulte que le mouvement apparent est le même lorsque la terre ou le corps est en mouvement ; ou encore s'ils se meuvent tous les deux, pourvu que la ligne qui passe par la terre et par le corps ne soit pas transportée d'un mouvement parallèle. Si cette ligne se mouvoit parallèlement à

elle-même, le corps seroit constamment rapporté au même point de la voûte celeste, parce que l'espace parcouru dans cette supposition, par l'extrémité de la ligne qui aboutit à la sphère céleste, est égal à l'espace parcouru par la terre, et que cet espace s'évanouit relativement à l'immense distance des étoiles à nous.

PARAGRAPHE PREMIER.

Des phénomènes du Soleil, produits par le mouvement de la Terre dans son orbite.

394. La terre est supposée dans son orbite au point T (fig. 59); *rs* est une portion de la sphère céleste; le soleil étant en S, son lieu apparent est *s*; et pendant que la terre se meut dans son orbite de T en *t*, le soleil paroît se mouvoir de *s* en *r*: d'où il résulte que dans le même temps que la terre emploie à parcourir son orbe entier, le soleil semble aussi décrire un orbe semblable à celui de la terre. Cette route apparente du soleil se nomme *écliptique;* c'est la section de la sphère céleste avec le plan de l'écliptique continué jusqu'à cette sphère.

395. L'écliptique est divisée en douze parties égales qu'on appelle *signes*. Ils se nomment le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, le Cancer, le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion, le Sagittaire, le Capricorne, le Verseau, les Poissons. Nous dirons dans la suite d'où ces signes ont emprunté leurs noms.

396. On a pris le premier point du Bélier pour

le commencement de l'écliptique. Nous verrons comment on détermine ce point ; il n'est pas constant dans la sphère céleste ; de là vient que les orbites des planètes, qui changent si peu qu'on pourroit les regarder comme immobiles, ne gardent pas la même situation par rapport à ce point.

397. Il est clair que la vîtesse du soleil, dans son mouvement apparent, dépend de la vîtesse du mouvement angulaire de la terre par rapport au centre du soleil ; et ce mouvement augmente par deux causes qui concourent toujours ensemble ; savoir, la diminution de la distance du soleil, et l'augmentation de la vîtesse de la terre. C'est pourquoi le mouvement apparent du soleil est sensiblement irrégulier.

398. La longitude du soleil est sa distance au premier point du Bélier, mesurée selon la suite naturelle des signes. La longitude des autres astres se mesure de la même manière sur l'écliptique auquel on les rapporte, en concevant un grand cercle perpendiculaire à l'écliptique qui passe par le centre de l'astre dont on cherche la longitude. Le point où ce cercle coupe l'écliptique détermine la longitude de l'astre.

399. La latitude d'un astre est sa distance à l'écliptique, mesurée par l'arc d'un grand cercle perpendiculaire à l'écliptique, compris entre l'astre et l'écliptique. Ce cercle se nomme *cercle de latitude*.

400. Si l'on conçoit au centre de la sphère céleste une ligne perpendiculaire au plan de l'écliptique,

les points où cette ligne coupe cette sphère, s'appellent les pôles de l'écliptique.

401. Le Zodiaque est une zône que l'on conçoit dans le ciel, divisée en deux parties égales par l'écliptique, et terminée de chaque côté par un cercle parallèle à l'écliptique, et qui en est éloigné de huit degrés. La petite inclinaison des orbes de la lune et des planètes faisoit, il n'y a pas long-temps, qu'il ne paroissoit jamais aucun corps du système planétaire hors du Zodiaque; mais depuis la découverte des quatre nouvelles planètes, dont les orbes sont inclinés beaucoup plus que de huit degrés à l'écliptique, il est visible qu'il faut ou considérablement agrandir le Zodiaque, ou se résoudre à regarder avec Herschell ces deux astres comme étant d'une espèce intermédiaire entre les planètes et les comètes.

402. Les corps célestes sont en conjonction lorsqu'ils ont la même longitude; ils sont en opposition lorsque leurs longitudes diffèrent d'une demi-circonférence.

§ II.

Des phénomènes des Planètes inférieures, produits par leurs mouvemens, et celui de la Terre dans leurs orbites.

403. Soit le soleil en S (fig. 60), AVB*u* l'orbite d'une planète inférieure, la terre dans son orbite au point T, *axb* une portion de la sphère céleste; le lieu apparent du soleil est *x*. Si du point T, où est la terre, on mène à l'orbite de la planète les tangentes TA*a*, TB*b*, il est évident que la plus grande

distance de la planète au soleil, dans son mouvement apparent, sera *xa* ou *xb*, et qu'elle accompagnera, pour ainsi dire, le soleil dans son mouvement apparent autour de la terre. La distance apparente d'une planète au soleil s'appelle son *élongation* : *xa* ou *xb* est la plus grande élongation. Elle varie par deux causes; savoir, parce que la terre et la planète se meuvent dans des orbes elliptiques.

404. L'orbite de la terre embrasse celle des planètes inférieures; la terre ne peut donc jamais se trouver entre le soleil et les planètes inférieures, qui conséquemment ne sont jamais en opposition avec le soleil.

405. Les planètes inférieures étant moins distantes du soleil que la terre, achèvent leurs révolutions dans un temps plus court : d'où il résulte qu'elles passent entre la terre et le soleil, et qu'elles se meuvent ensuite au-delà du soleil par rapport à la terre. Elles se trouvent donc deux fois en conjonction avec le soleil pendant la durée de leur révolution sidérale, 1°. lorsqu'elles sont entre le soleil et la terre; 2°. lorsque le soleil est entre la terre et les planètes. La première est appelée *conjonction inférieure*, la seconde se nomme *conjonction supérieure*.

406. Dans la conjonction inférieure, la planète passe de A en V, de V en B, tandis qu'elle paroît décrire dans la sphère céleste l'arc *axb*; ainsi le mouvement apparent de la planète est rétrograde. Dans la conjonction supérieure, la planète passe de B en *u*, de *u* en A, tandis qu'elle paroît décrire l'arc *bxa*; ainsi le mouvement de la planète est direct

aux approches et dans la conjonction supérieure. Il est aisé de concevoir que la planète doit paroître sans mouvement ou stationnaire dans son passage du mouvement direct au mouvement rétrograde, et que cela doit avoir lieu lorsque l'orbe de la planète, dans le point où elle se trouve, est tellement incliné à l'orbe de la terre dans le point où elle est, qu'ayant tiré la ligne *td* parallèle et peu éloignée de la ligne TD, D*d* soit à T*t* comme la vitesse de la planète dans son orbe est à la vitesse de la terre; car ces petites lignes sont parcourues dans le même temps, et la ligne menée par la terre et la planète est portée d'un mouvement parallèle qui ne change pas le lieu apparent de la planète.

407. L'orbe d'une planète étant incliné au plan de l'écliptique, elle ne paroît dans l'écliptique que lorsqu'elle est dans un nœud. En quittant le nœud, elle semble s'en éloigner, tantôt plus, tantôt moins, dans une courbe irrégulière qui coupe l'écliptique.

408. Considérons à présent les phénomènes qui dépendent du mouvement propre des planètes inférieures, et particulièrement leurs phases.

Soit la terre T (fig. 61); le soleil S; A, B, C, *u*, D, E, F, V, une planète inférieure, Vénus, par exemple, dans son orbite. Elle brille d'une lumière empruntée du soleil : d'où il résulte que l'hémisphère qui est tourné du côté du soleil est le seul qui soit éclairé. Le spectateur terrestre ne peut donc voir la planète en V; elle offriroit en *u* l'aspect d'un cercle entier de lumière, si l'atmosphère solaire n'interceptoit tous ses rayons : en partant de *u*, la

planète paroît sous la forme d'un croissant lumineux, qui diminue, continuellement jusqu'à ce qu'elle s'évanouisse en V; le croissant augmente ensuite successivement en changeant de figure, jusqu'à ce que l'hémisphère éclairé se confonde avec l'hémisphère visible.

409. Si le point V de l'orbite de la planète inférieure est un nœud, la planète paroît sur le disque même du soleil, et on observe une tache noire qui se meut sur la surface de cet astre. Alors nous ne voyons pas, à proprement parler, la planète; nous découvrons l'endroit où, étant comme appliquée sur le soleil, elle nous dérobe ses rayons.

410. Le diamètre apparent d'une planète inférieure est à son *maximum*, lorsqu'elle est à sa plus petite distance de la terre, l'hémisphère éclairé est alors le plus grand possible; mais à mesure que la planète approche de la terre; la partie éclairée visible diminue, en sorte que la lumière croît par une cause et diminue par l'autre. Il y a donc une distance moyenne où la lumière réfléchie par la planète est la plus grande possible.

§ III.

Des phénomènes des Planètes supérieures produits par leurs mouvemens et celui de la terre dans leurs orbites.

Les phénomènes des planètes supérieures diffèrent, sous certains rapports de ceux que présentent les planètes inférieures; et cette différence a pour

cause leur différente position par rapport à la terre et au soleil.

411. L'orbe des planètes supérieures embrasse l'orbe de la terre. De plus, la vîtesse de la terre est plus grande que celle des planètes supérieures : d'où il résulte que la terre, dans son mouvement, passe entre les planètes supérieures et le soleil ; et dans ce cas elles paroissent en opposition avec cet astre.

412. Dans l'opposition, les planètes supérieures ont un mouvement apparent rétrograde. Soit M une planète supérieure (fig. 62); le soleil S, THBC l'orbite de la terre, DFG une portion de la sphère céleste. Lorsque la terre est en T, le lieu apparent de la planète M est au point D ; lorsque la terre est en H, le lieu apparent de la planète est au point F ; enfin lorsque la terre est au point B de son orbite, le lieu apparent de la planète est au point G : d'où il résulte que, tandis que la terre parcourt l'arc THB, la planète paroît décrire dans la sphère céleste l'arc DFG, et conséquemment son mouvement apparent est rétrograde dans l'opposition. Il est direct dans la conjonction, comme celui de Mercure et de Vénus dans leurs conjonctions supérieures.

413. La latitude des planètes supérieures varie, comme celle des planètes inférieures, par rapport à l'inclinaison de leurs orbites au plan de l'écliptique.

414. La grande distance de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, fait que leurs hémisphères éclairés par le soleil sont visibles partout sur la surface de la terre ;
c'est

c'est pourquoi ces planètes paroissent toujours sous une forme sphérique. Il n'en est pas de même de Mars, qui paroît un peu convexe entre sa conjonction et son opposition avec le soleil.

415. Saturne est environné d'un anneau mince, et dont la largeur apparente est à peu près égale à sa distance à la surface de Saturne : l'une et l'autre paroissent être le tiers du diamètre de cette planète; mais à cause de l'irradiation, la largeur réelle de l'anneau doit être plus petite. Cet anneau est invisible, 1°. quand le plan de l'anneau prolongé passe par la terre, parce qu'alors l'épaisseur de l'anneau n'est pas sensible ; 2°. quand son plan prolongé passe entre le soleil et la terre, parce qu'alors la surface éclairée de l'anneau n'est pas tournée du côté de la terre. Dans ces deux cas, Saturne paroît sous une forme sphérique. Cependant, dans le dernier cas, les rayons interceptés par l'anneau, forment sur la surface de la planète une tache semblable à celle qui vient de l'ombre de l'anneau.

§ IV.

Des phénomènes produits par le mouvement de la Lune dans son orbite.

416. La lune faisant sa révolution autour de la terre, doit se trouver souvent en conjonction avec le soleil, et autant de fois en opposition. Cela n'arrive pourtant pas à chaque révolution de la lune dans son orbite ; car, lorsqu'après une révolution entière de 27 jours 7 heures 43 minutes 11 secondes

36 tierces, elle revient au même point où elle étoit en conjonction avec le soleil, celui-ci s'est éloigné de ce point d'environ 27 degrés, de sorte qu'elle ne rejoint le soleil qu'en vertu de l'excès de son mouvement sur celui de cet astre, excès qu'on appelle mouvement *synodique lunaire*. La durée de la révolution synodique de la lune est de 29 jours et demi. Elle est à l'année tropique à peu près dans le rapport de 19 à 235, c'est-à-dire, que dix-neuf années solaires forment environ deux cent trente-cinq mois lunaires.

Des phases de la Lune.

417. Lorsque la lune est en conjonction avec le soleil, son hémisphère éclairé n'est pas tourné vers la terre, et dans ce point la lune est tout-à-fait invisible. Soit la terre T, la lune en N (fig. 63) entre le soleil et la terre. L'hémisphère éclairé est *mli*, qui ne peut être vu de la surface de la terre. Mais pendant que la lune est portée dans son orbite de la conjonction à l'opposition, l'hémisphère éclairé, qui est toujours du côté du soleil, devient de plus en plus visible au spectateur placé sur la surface de la terre : de là vient qu'elle semble renaître après la conjonction, qu'elle paroît sous la forme d'un foible croissant lumineux qui augmente à mesure qu'elle s'en éloigne, et qui devient un cercle entier de lumière lorsque la lune est en P en opposition avec le soleil. Quand ensuite elle passe de l'opposition à la conjonction, le cercle de lumière se change en un croissant qui diminue sui-

vant les mêmes degrés par lesquels il s'étoit accru, jusqu'à ce qu'elle soit parvenue de nouveau à la conjonction.

418. On appelle *sizigies* les points de l'orbite où la lune se trouve en conjonction ou en opposition avec le soleil. La lune est *nouvelle* dans la conjonction; elle est *pleine* dans l'opposition. On donne le nom de *quadratures* aux points de l'orbite où la lune est éloignée du soleil de 90 ou 270 degrés, mesurés suivant la direction de son mouvement propre. Dans ces deux points qu'on nomme premier et second quartier de la lune, le spectateur terrestre voit à fort peu près la moitié de son hémisphère éclairé. Il nous reste à expliquer le phénomène des éclipses.

Des éclipses de Lune.

419. La lune ne peut s'éclipser que par l'interposition d'un corps opaque, qui lui dérobe en tout ou en partie la lumière du soleil. Ce corps opaque est évidemment la terre, puisque les éclipses de lune n'arrivent jamais que dans l'opposition, c'est-à-dire, lorsque la terre se trouve placée entre le soleil et la lune. La terre projette, dans un sens opposé au soleil, un cône d'ombre, dont l'axe se trouve sur la droite qui joint les centres de la terre et du soleil, et qui se termine au point où les diamètres apparens de ces deux corps sont les mêmes. Ces diamètres, vus du centre de la lune en opposition, et dans sa distance moyenne sont à peu près de 5920 secondes pour le soleil, et de 21352 secondes pour la terre:

d'où il résulte que la longueur du cône d'ombre terrestre est au moins trois fois plus grande que la distance de la lune à la terre, et que sa largeur, aux points où il est traversé par la lune, est plus que double du diamètre lunaire. Il est donc clair qu'il y auroit éclipse de lune toutes les fois qu'elle est en opposition avec le soleil, si elle se mouvoit dans le plan de l'écliptique ; mais en vertu de sa latitude, qui peut varier depuis o jusqu'à 5 degrés, il arrive que la lune dans ses oppositions est souvent abaissée au-dessous, ou élevée au-dessus du cône de l'ombre terrestre. Lorsque la latitude de la lune est nulle ou très-petite, c'est-à-dire, lorsque l'opposition de la lune avec le soleil se fait dans un nœud, ou près d'un nœud, la lune est éclipsée ; elle paroît alors dans l'écliptique, et c'est de là que cette ligne a tiré son nom.

420. Pour rendre plus sensible ce qui regarde les éclipses de lune, soit OO l'orbite de cet astre (fig. 64) ; le plan de l'écliptique RR ; le centre du cône de l'ombre terrestre est toujours dans ce plan. Le point d'intersection du plan de l'écliptique avec celui de l'orbe lunaire est N : si l'ombre terrestre est en A, la lune qui, dans son opposition avec le soleil, passe par le point F de son orbite, n'est pas éclipsée ; si la lune, dans son opposition, se trouve en C, son disque pénètre en partie l'ombre terrestre qui est en B ; l'éclipse est *partielle.* Si, supposant l'ombre terrestre en D, la lune, dans son opposition se trouve en I, son disque s'enfonce entièrement dans l'ombre terrestre, et l'éclipse de lune est *totale.*

Enfin l'éclipse est *centrale* lorsque le centre de la lune passe par le centre de l'ombre terrestre; ce qui n'a lieu que lorsque la lune, dans son opposition avec le soleil, se trouve dans un nœud N.

421. La durée moyenne d'une révolution du soleil, par rapport au nœud de l'orbe lunaire, est à peu près de 346 jours et demi : elle est à la durée d'une révolution synodique de la lune, à fort peu près, dans le rapport de 223 à 19 : d'où il résulte qu'après une période de 223 mois lunaires, le soleil et la lune se retrouvent à la même position relativement au nœud de l'orbite lunaire; les éclipses doivent donc revenir à peu près à des époques fixes dont la prédiction est facile. Les inégalités du mouvement du soleil et de la lune y causent néanmoins des différences sensibles qui augmentent encore, parce que le retour de ces deux astres à la même position, par rapport au nœud, n'est pas parfaitement rigoureux.

422. La lune ne cesse pas d'être visible pendant la durée de l'éclipse. Ce phénomène a pour cause la réfraction, c'est-à-dire, la déviation que souffrent les rayons solaires pénétrant obliquement l'atmosphère de la terre. En approchant de sa surface, les rayons passent d'un milieu plus rare dans un milieu plus dense; ils sont donc infléchis à chaque instant, et forcés à décrire une courbe dont la concavité est tournée vers la terre. L'ombre terrestre n'est donc pas une ombre parfaite; et conséquemment, la lune ne doit pas cesser d'être visible pendant la durée de l'éclipse. La lumière qui l'éclaire devient plus

considérable dans les éclipses apogées que dans les éclipses périgées, parce que les vapeurs et les nuages peuvent les affoiblir au point de rendre la lune tout-à-fait invisible pendant la durée de l'éclipse. L'histoire de l'astronomie nous offre quelques exemples qui justifient cette assertion.

Des éclipses du Soleil.

423. Lorsque dans la conjonction du soleil et de la lune, cet astre placé entre le soleil et la terre nous dérobe en tout ou en partie la lumière solaire, nous disons qu'il y a éclipse de soleil. La lune est incomparablement plus petite que le soleil; il y a cependant une très-petite différence entre les diamètres apparens de ces deux astres, parce que la distance du soleil au centre de la terre est incomparablement plus grande que la distance de la lune à ce même centre; et comme les distances varient, le rapport des diamètres apparens de la lune et du soleil change, de manière que les diamètres sont quelquefois égaux, et qu'ils se surpassent quelquefois alternativement l'un l'autre. Si la conjonction du soleil et de la lune se fait dans un nœud, et que le diamètre apparent de la lune l'emporte sur celui du soleil, l'éclipse solaire sera totale. Si le diamètre apparent de la lune est plus petit, le spectateur terrestre verra un anneau lumineux formé par la partie du soleil qui déborde le disque de la lune, et l'éclipse sera annulaire; mais si la conjonction de la lune avec le soleil ne se fait pas dans le nœud ou très-près du nœud, la lune pourra ne dérober au spectateur terrestre qu'une

partie de la circonférence du disque solaire, et l'éclipse sera partielle. Ainsi, les éclipses du soleil doivent présenter au spectateur terrestre de fréquentes variétés qui dépendent des distances du soleil et de la lune au centre de la terre, et de la plus ou moins grande proximité de la lune à ses nœuds dans le temps de ses conjonctions.

Les éclipses solaires ne sont pas visibles dans tous les points de la surface de la terre où on peut voir le soleil; elles sont même différentes dans les lieux où elles sont visibles. Il n'en est pas ainsi des éclipses de lune, qui sont les mêmes partout où la lune est visible dans le temps où elles arrivent. Cette différence entre les éclipses solaires et les éclipses lunaires, dépend de ce que, dans les éclipses de lune, cet astre souffre une privation de lumière, qui doit être sensible partout et de la même manière sur la surface de la terre; tandis que dans les éclipses du soleil, la lumière dont brille cet astre n'éprouve aucune altération; elle est seulement interceptée par la lune: et comme la lune n'intercepte pas la lumière solaire à tous les habitans de la terre, il s'ensuit que les éclipses solaires ne doivent pas être visibles dans tous les points de sa surface.

§ V.

Des phénomènes qui dépendent du mouvement du Soleil, des Planètes et de la Lune sur leurs axes.

424. On aperçoit très-souvent sur la surface du soleil des taches noires, dont le nombre, la figure,

la grandeur et la situation sont très-variables. Quelle que soit la nature de ces taches, leur existence n'est pas équivoque, et elle nous éclaire sur un phénomène important, celui du mouvement du soleil sur son axe. Si le soleil n'avoit pas ce mouvement, il ne tourneroit successivement toute sa surface vers la terre, qu'une fois dans le cours d'une année; et l'observation suivie de ces taches ne nous permet pas de douter que le soleil montre sa surface toute entière aux habitans de la terre dans l'intervalle de ving-cinq jours et demi.

425. Mars, Jupiter et Vénus nous présentent de semblables phénomènes. On observe sur leur surface des taches animées d'un mouvement très-sensible, qui atteste le mouvement de rotation de ces planètes.

426. Mercure, Saturne et Uranus sont situés de manière que leurs taches ne nous sont pas visibles. La première de ces planètes est au voisinage du soleil; elle nous paroît presque toujours plongée dans ses rayons, dont l'éclat dérobe ses taches aux regards de l'observateur. Le grand éloignement des deux autres nous empêche aussi d'y observer des taches : d'où il résulte que nous ne pouvons nous assurer de la rotation de ces planètes; car ce n'est qu'au moyen de la disparition et du retour des taches qu'on peut démontrer leur rotation. Mais l'analogie, ce lien puissant qui unit toutes les parties de l'univers, nous porte à croire que ces trois planètes jouissent, comme les autres, d'un mouvement de rotation.

427. La terre tourne aussi sur son axe, et pendant

que le spectateur placé sur sa surface est transporté avec elle, il se croit en repos; et tous les corps célestes lui paroissent animés d'un mouvement plus ou moins rapide. Pour apprécier le mouvement apparent des corps célestes, produit par le mouvement de la terre sur son axe, et que nous appelons *mouvement diurne*, soit sur la terre T (fig. 65) un spectateur qui observe l'objet A selon la direction TA; lorsque par le mouvement de la terre la ligne TA sera transportée en T*a*, si l'observateur considère l'objet suivant la même direction, le corps A lui paroîtra avoir décrit l'arc *a*A, de manière que lorsque par le mouvement de la terre la ligne sera revenue dans sa première position TA, le corps paroîtra avoir fait une révolution entière. Mais si le spectateur dirige sa vue par l'axe de la terre qui est immobile, tandis que la terre tourne sur lui, le corps qui aura fixé ses regards lui paroîtra sans mouvement. Ainsi, si l'on suppose l'axe de la terre prolongé des deux côtés, les deux points de la voûte céleste où il aboutira, sont deux points fixes, nommés, pour cette raison, *pôles du monde*, sur lesquels la sphère céleste paroît tourner, et emporter dans son mouvement le système entier des corps célestes. Tous les astres doivent donc nous paroître animés d'un mouvement diurne qui leur fait décrire, dans le même temps que la terre fait sa révolution sur son axe, des cercles d'autant plus grands qu'ils sont plus éloignés des pôles. La droite, qui joint les deux pôles en passant par le centre de la terre, est appelée *axe du monde*. Le grand cercle de la sphère

céleste, perpendiculaire à cet axe, se nomme *équateur céleste*. Les cercles, dont le plan passe par l'axe de la terre, s'appellent *méridiens ;* ils passent tous par les pôles du monde, et sont perpendiculaires à l'équateur. L'arc d'un méridien quelconque, compris entre l'équateur et un astre, se nomme la *déclinaison* de cet astre.

428. L'équateur partage la sphère céleste en deux hémisphères, au milieu desquels sont les pôles du monde, qui sont conséquemment également éloignés de tous les points de l'équateur : de là vient que les astres qui sont dans l'équateur, nous paroissent décrire l'équateur par leur mouvement diurne, tandis que les autres corps célestes décrivent des cercles parallèles à l'équateur.

429. L'axe de la terre fait avec le plan de l'écliptique un angle de 66° 31'. Les pôles du monde sont donc éloignés des pôles de l'écliptique de 23° 29' : d'où il résulte que l'écliptique et l'équateur sont inclinés l'un sur l'autre de 23 degrés 29'. Ils se coupent réciproquement en deux points opposés, qui sont le commencement du Bélier et le commencement de la Balance. Lorsque le soleil est dans ces points d'intersection, il paroît décrire l'équateur par son mouvement diurne, tandis qu'il est emporté dans l'écliptique par son mouvement apparent de translation ; sa déclinaison, qui est nulle dans ces points, devient alors chaque jour plus grande, et il paroît décrire des cercles qui décroissent chaque jour, jusqu'à ce que sa déclinaison ait atteint son *maximum*, c'est-à-dire, jusqu'à ce qu'il soit éloigné de

l'équateur de 23 degrés ; il revient ensuite à l'équateur, et s'en éloigne jusqu'à 23 degrés du côté du pôle opposé. Les cercles les plus éloignés de l'équateur, que décrit le soleil par son mouvement diurne, se nomment *tropiques;* l'un touche l'écliptique au premier degré du Cancer, et s'appelle *tropique du Cancer;* l'autre au premier degré du Capricorne, et se nomme *tropique du Capricorne.* Le pôle du monde, situé du côté du tropique du Cancer, porte le nom de *pôle arctique* ou *boréal;* celui qui est opposé, s'appelle *antarctique* ou *austral.* Les cercles que décrivent les pôles de l'écliptique par leur mouvement diurne autour des pôles du monde, sont appelés *cercles polaires.*

430. La lune présente au spectateur terrestre un grand nombre de taches invariables que les astronomes ont décrites avec soin. Elles nous font voir que la lune tourne constamment le même hémisphère vers la terre : d'où il est aisé de conclure qu'elle a sur son axe un mouvement de rotation, qui se fait dans le même temps que son mouvement de translation autour de la terre. Pour rendre sensible la justesse de cette conlusion, soit la lune en N dirigeant vers la terre T l'hémisphère *mni* (fig. 63). Si cet astre n'avoit pas un mouvement de rotation sur son axe, lorsqu'il seroit en B après avoir parcouru le quart de son orbite, la ligne *mi* se confondroit avec la ligne *ln*, et l'hémisphère *mni* avec l'hémisphère *lmn :* donc la lune dépouillée de son mouvement de rotation ne tourneroit pas constamment le même hémisphère vers la terre. Pour que l'hé-

misphère tourné vers la terre soit constamment le même, il faut évidemment que lorsque la lune partant du point N est parvenue en B, l'hémisphère qui seroit en *lmn* soit en *mni*, et conséquemment que la lune ait fait un quart de révolution sur son axe pendant qu'elle a décrit le quart de son orbite.

431. Les taches de la lune, quoiqu'invariables, paroissent néanmoins animées d'un léger mouvement, qui fait qu'on les voit s'approcher et s'éloigner alternativement de ses bords. Celles qui en sont les plus voisines disparoissent et reparoissent successivement, en faisant des oscillations périodiques qu'on appelle *libration* de la lune. Ce phénomène a principalement pour cause les inégalités du mouvement de la lune dans son orbite. Son mouvement de rotation ne les partage pas ; ce qui fait que la lune étant dans son périgée, où son mouvement de translation est très-rapide, la partie de sa surface qui, par le mouvement dans son orbite est opposée à la terre, n'est pas entièrement dirigée vers la terre par le mouvement de rotation : d'où il résulte qu'on découvre le côté de la partie de la surface de la lune qu'on ne voyoit pas auparavant, et qui redevient invisible lorsque la lune est parvenue à son apogée. D'ailleurs l'axe de la lune est un peu incliné au plan de son orbite. Cet axe, dans son mouvement autour de la terre, conserve son parallélisme, ce qui fait qu'il change de situation par rapport au spectateur placé sur la surface de la terre, qui voit alternativement l'un et l'autre pôle de la

terre, et les parties de sa surface qui en sont voisines.

§ VI.

Des phénomènes qui regardent la surface de la Terre et ses différentes parties.

432. En expliquant les phénomènes célestes qui ont fixé jusqu'ici notre attention, nous avons considéré l'observateur agité des différens mouvemens dont le globe terrestre est réellement animé. Nous le considérons à présent placé sur la surface de la terre, et transporté sur ses différentes parties.

Des phénomènes qui regardent généralement la surface de la Terre.

433. Le spectateur placé sur la surface de la terre ne voit que la moitié des cieux. Le cercle qui dans la sphère céleste sépare la partie visible de celle qui est invisible, lorsque les rayons ne sont pas interceptés par les inégalités de la surface de la terre, se nomme *horizon.* Le plan de ce cercle touche la terre au point où est placé le spectateur. Soit la terre T (fig. 66), le spectateur en S, PE*pe* la sphère céleste, HH est l'horizon ; et comme le rayon terrestre s'évanouit relativement à l'immense distance des étoiles à nous, on peut prendre pour l'horizon HH, le plan *hh* parallèle au premier, et passant par le centre de la terre. Le premier se nomme *horizon sensible*, le second *horizon rationnel.* On dit que les astres se lèvent lorsqu'ils paroissent sur l'horizon ; on dit qu'ils se couchent lorsqu'ils s'abaissent au-

dessous de l'horizon. Le *zénith* d'un spectateur terrestre est le point de la voûte céleste auquel sa verticale va aboutir; le point diamétralement opposé se nomme *nadir*. Le zénit et le nadir sont les pôles de l'horizon. La section du plan d'un méridien qui passe par le spectateur avec l'horizon, s'appelle *ligne méridienne :* elle passe du nord au midi. La partie du ciel vers laquelle nous voyons monter les astres sur l'horizon se nomme *partie orientale ;* la partie opposée où ces mêmes corps s'abaissent au-dessous de l'horizon s'appelle *occidentale ;* ces deux parties sont séparées par la ligne méridienne que nous concevons prolongée de part et d'autre jusqu'à la voûte céleste sur le plan de l'horizon. L'orient est ce point où une perpendiculaire à la méridienne, tirée par le lieu du spectateur vers la partie orientale, aboutit à la sphère céleste ; le point diamétralement opposé s'appelle *occident*. L'*amplitude* d'un astre est l'arc de l'horizon compris entre le point d'orient ou d'occident, et le point auquel se lève ou se couche cet astre. La première s'appelle *orientale*, et la seconde *occidentale;* l'une et l'autre est ou septentrionale ou méridionale. On appelle *hauteur d'un astre* son élévation au-dessus de l'horizon, et elle se mesure par l'arc d'un cercle perpendiculaire à l'horizon, au centre duquel est le spectateur compris entre l'astre et l'horizon.

De la Parallaxe.

434. L'orsque les astres sont à une grande distance, leur hauteur n'est pas sensiblement différente,

soit que l'observateur soit sur la surface, soit qu'il soit au centre de la terre; mais la différence des hauteurs est sensible, lorsque les astres ne sont pas très-éloignés; et c'est cette différence qu'on connoît sous le nom de *parallaxe.* Soit T le centre de la terre (fig. 67), O le point de sa surface où se trouve l'observateur, A le lieu de l'astre, Z le zénith, ZOT la ligne verticale, OH la ligne horizontale, ALP l'orbite de l'astre, HDZ une portion de la voûte céleste. L'astre situé en A, vu du centre T de la terre, seroit rapporté au point B de la voûte céleste, tandis qu'il est rapporté au point H, vu du point O où est l'observateur. Cette différence de hauteurs est exprimée par l'angle BAH, ou par son égal OAT, formé au centre de l'astre par deux droites menées, l'une du centre de la terre, l'autre du point de sa surface où est l'observateur : la parallaxe d'un astre est donc l'angle sous lequel on verroit du centre de l'astre le demi-diamètre de la terre.

435. La parallaxe d'un astre placé à l'horizon est appelée *parallaxe horizontale :* elle est alors à son *maximum ;* elle diminue ensuite à mesure que l'astre s'élève sur l'horizon et devient nulle au zénith; car si l'astre que nous avons d'abord supposé en A, s'élève jusqu'au point L de son orbite, l'angle parallactique devient OLT plus petit que l'angle OAT. Cet angle devient nul lorsque l'astre est monté jusqu'au zénith Z. Alors son lieu apparent est le même, soit que l'observateur soit au centre T de la terre, soit qu'il soit au point O de sa surface.

436. La parallaxe horizontale d'un astre étant

connue, il est aisé de connoître sa distance au centre de la terre. Par la supposition, l'angle TAO est connu; l'angle AOT est droit, puisque OH est une ligne horizontale. De plus, on connoît le demi-diamètre de la terre TO, qui est d'environ sept millions de mètres (environ 21 millions de pieds): donc il est aisé de résoudre le triangle TAO, et de connoître la longueur du côté TA, qui exprime la distance de l'astre au centre de la Terre. Il suffit donc pour connoître la distance d'un astre au centre de la terre, de connoître sa parallaxe horizontale. Les astronomes emploient pour parvenir à cette connoissance différens moyens, dont l'exposition nous feroit franchir les bornes que nous nous sommes prescrites.

437. La réfraction que souffrent les rayons de lumière pénétrant obliquement les couches atmosphériques de différente densité, change aussi les hauteurs apparentes des astres. Les rayons sont infléchis par l'effet de cette réfraction, et les astres paroissent plus élevés sur l'horizon qu'ils ne le sont réellement. Cependant, plus la hauteur des astres est considérable, plus l'inflexion des rayons est petite, parce qu'ils tombent moins obliquement sur les couches atmosphériques qu'ils traversent. Au zénith la réfraction est nulle; elle est même insensible les astres étant situés à 20 ou 30 degrés du zénith.

Des

Des phénomènes qui regardent les différentes parties de la surface de la Terre.

438. Ce que nous venons de dire regarde généralement la surface du globe terrestre. Examinons à présent ses différentes parties ; et pour les déterminer, concevons tracés sur le globe terrestre, les cercles que nous avons imaginés dans les cieux. Ces cercles sont l'équateur, les méridiens, les tropiques, les cercles polaires. L'équateur terrestre est dans le même plan que l'équateur céleste ; il a pour pôles les pôles de la terre. Le méridien d'un lieu passe par ce lieu et par les pôles de la terre ; ses pôles sont l'orient et l'occident. Les tropiques terrestres et les tropiques célestes se répondent parfaitement sans être dans le même plan. Il en est de même des cercles polaires terrestres comparés aux cercles polaires célestes. La latitude d'un lieu est sa distance à l'équateur ; elle se mesure par l'arc du méridien, compris entre le lieu et l'équateur. La latitude d'un lieu étant déterminée, on détermine le cercle de latitude ; c'est un cercle qui passe par ce lieu parallèlement à l'équateur. Pour comparer les situations respectives de différens lieux, il faut marquer les lieux sur chaque cercle de latitude ; ce qui se fait en concevant un méridien qui passe par quelque lieu remarquable, lequel, par sa section sur tous les cercles de latitude, détermine le point d'où l'on mesure les distances des lieux. Ce méridien pris à volonté, se nomme *premier méridien*, et la distance d'un lieu à ce cercle, mesurée sur le cercle de lati-

tude du lieu, s'appelle la *longitude du lieu.* Les astronomes rapportent tout au méridien du lieu où ils font leurs observations.

439. L'élévation du pôle au-dessus de l'horizon s'appelle la *hauteur du pôle;* elle est toujours égale à la latitude : soit l'horizon HH (fig. 68), l'équateur CD; Z est le zénith, et P le pôle. La hauteur du pôle est l'arc PH; la latitude est l'arc ZC. Ces deux arcs ont le même complément ZP, et sont conséquemment égaux.

440. Si nous supposons l'observateur placé au pôle, sa latitude est de 90 degrés; donc la hauteur du pôle est de 90 degrés, et conséquemment l'équateur se confond avec l'horizon : dans cette position, la sphère est appelée *parallèle.* Faisons avancer l'observateur du pôle vers l'équateur ; sa latitude va toujours en diminuant ainsi que la hauteur du pôle, et l'axe de l'équateur devient d'autant plus incliné à l'horizon, que l'observateur s'éloigne davantage du pôle : dans cette position, la sphère est appelée *oblique.*

441. L'observateur étant parvenu à l'équateur, sa latitude est nulle ainsi que la hauteur du pôle. Les pôles de l'équateur sont dans le plan de l'horizon ; ces deux cercles se coupent à angles droits : dans cette position, la sphère est appelée *droite.*

442. Dans les différentes positions de sphère, différens phénomènes s'offrent aux regards de l'observateur. Les plus frappans sont l'inégalité des jours et la différence des saisons. Nous allons voir qu'ils résultent de la combinaison du mouvement diurne

du soleil avec son mouvement annuel dans l'écliptique.

De l'inégalité des jours.

443. Dans la vie civile, on appelle *jour* l'intervalle du temps qui s'écoule depuis le lever jusqu'au coucher du soleil : la nuit est le temps pendant lequel le soleil reste au-dessous de l'horizon.

444. On appelle *jour astronomique* le temps qui s'écoule du moment que le soleil quitte le méridien d'un lieu, jusqu'à ce qu'il revienne à ce même méridien. Ce jour surpasse la durée d'une révolution du ciel qui forme le jour sidéral : car, tandis que dans le temps d'une révolution du ciel, le soleil, par son mouvement diurne, est emporté d'orient en occident; il s'avance, en vertu de son mouvement propre, d'occident en orient dans l'écliptique : d'où il résulte que s'il traverse le méridien au même instant qu'une étoile, le jour suivant il y arrivera plus tard ; et que, dans l'intervalle d'une année, il passera une fois de moins que l'étoile au méridien.

445. Les jours astronomiques ne sont pas égaux, 1°. parce que le soleil ne parcourt pas tous les jours un espace égal dans l'écliptique, l'excès du jour astronomique sur le jour sidéral n'est pas constamment le même; 2°. l'écliptique est inclinée à l'équateur : d'où il résulte que quand même le soleil avanceroit également tous les jours dans l'écliptique, l'excès du jour astronomique sur le jour sidéral ne seroit pas constant; car le mouvement du soleil étant

oblique à l'équateur, il faut le décomposer en deux, dont l'un soit parallèle à l'équateur et l'autre perpendiculaire. Il ne faut considérer que le mouvement parallèle pour déterminer l'excès du jour astronomique sur le jour sidéral ; et il est évident que cet excès est inégal par la différente inclinaison de l'écliptique et par la différente distance du soleil au pôle. Quelquefois ces causes d'inégalité concourent ensemble, quelquefois elles sont opposées.

446. On divise le jour astronomique en vingt-quatre parties égales qu'on appelle *heures*. Chaque heure se divise en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes, et ainsi de suite. Il seroit sans doute plus simple d'admettre sur cet objet la division décimale ; et nous n'hésiterions pas à lui donner la préférence, si le but de première instruction, que nous nous proposons dans cet Ouvrage, ne nous forçoit en quelque sorte d'adopter la division du jour consacrée par l'usage, et qui est encore la plus généralement reconnue.

447. L'inégalité des jours astronomiques doit évidemment faire varier en différens jours les parties qui les composent. Les astronomes les réduisent à l'égalité, en considérant le nombre des heures d'une ou de plusieurs révolutions dans l'écliptique, et divisant le temps total en autant de parties égales qu'il y a d'heures, dont vingt-quatre font un jour. On appelle *temps moyen* celui dont on rend les parties égales par cette méthode, et la réduction se nomme *équation du temps*. Dans la détermination des mouvemens périodiques des corps célestes, il

est toujours question des jours et des heures du temps moyen.

448. Les points d'intersection de l'écliptique avec l'équateur s'appellent *équinoxes*, parce que, dans ces deux points, le soleil décrivant l'équateur en vertu de son mouvement diurne, et ce cercle étant partagé en deux parties égales par tous les horizons, le jour est alors égal à la nuit.

449. Les points où les tropiques touchent l'écliptique, se nomment *solstices*, parce que la déclinaison du soleil ne changeant pas sensiblement lorsqu'il approche et qu'il commence à s'éloigner de ces points, il doit nous paroître stationnaire.

450. La durée du jour est constamment de douze heures pour tous les peuples situés sous l'équateur: dans cette position, la sphère est droite; l'équateur et tous ses parallèles sont partagés en deux parties égales par l'horizon : les jours sont donc constamment égaux aux nuits, c'est-à-dire de douze heures.

451. Les habitans des pôles, s'il y en a, ont la sphère parallèle : la moitié de l'écliptique est sur leur horizon; le soleil leur est visible pendant le temps qu'il emploie à la parcourir; il devient invisible lorsqu'il parcourt l'autre moitié. Ces peuples voient le soleil se lever et se coucher une fois dans l'année; elle est donc composée d'une seule nuit et d'un seul jour, dont la réfraction prolonge cependant la durée. Les habitans du pôle boréal ont le soleil sur l'horizon, pendant qu'il décrit les six premiers signes depuis le Bélier jusqu'à la Balance. Aussi, à ce pôle, le jour surpasse-t-il la nuit d'en-

viron sept jours astronomiques, sans compter l'augmentation produite par la réfraction.

452. Les habitans de la terre situés entre l'équateur et les pôles, ont la sphère oblique. L'équateur et tous ses parallèles sont coupés obliquement par l'horizon. L'équateur est coupé au centre, mais tous ses parallèles sont coupés à différentes distances du centre ; ce qui produit, dans la durée des jours, une grande variété. A mesure que le soleil s'avance de l'équateur vers le tropique du Cancer, ses hauteurs méridiennes sur notre horizon croissent de plus en plus. Les arcs des parallèles qu'il parcourt augmentent chaque jour, et font croître la durée des jours jusqu'à ce que le soleil, parvenu au tropique du Cancer, ait acquis sa plus grande hauteur méridienne ; il redescend ensuite vers l'équateur, le traverse de nouveau ; et de là, décrivant des arcs qui vont chaque jour en décroissant, il parvient au tropique du Capricorne, où sa hauteur méridienne est à son *maximum* : parvenu à ce terme, il remonte vers l'équateur.

453. La latitude des peuples situés entre l'équateur et les cercles polaires, est moindre que 66 degrés et demi, ainsi que la distance du pôle à l'horizon, tandis que la distance du pôle au tropique est de 66 degrés et demi : les horizons de tous les peuples situés entre l'équateur et les cercles polaires, coupent donc le tropique et tous les parallèles : d'où il résulte que le soleil doit se lever et se coucher pour eux pendant la durée de chaque jour astronomique.

454. La latitude des peuples situés sous le cercle polaire, est de 66 degrés et demi, ainsi que l'élévation du pôle : la distance du pôle à l'horizon égale donc la distance du pôle au tropique ; et conséquemment le tropique effleure l'horizon des peuples placés sous le cercle polaire : d'où il résulte qu'une fois dans l'année, le soleil fait une révolution diurne dans laquelle il ne descend pas au-dessous de l'horizon.

455. Quant aux peuples situés entre les pôles et les cercles polaires, leur latitude est plus grande que 66 degrés et demi, ainsi que l'élévation du pôle : la distance du pôle à l'horizon surpasse donc celle du pôle au tropique, qui se trouve conséquemment sur l'horizon avec un nombre de parallèles d'autant plus grand que les peuples sont plus près des pôles. Le jour et la nuit les plus longs durent donc d'autant plus pour ces peuples, que le lieu qu'ils habitent est moins éloigné du pôle, jusqu'à ce qu'enfin il n'y a au pôle qu'un jour et qu'une nuit dans l'année.

De la différence des Saisons.

456. Pour expliquer la différence des saisons, il importe de remarquer que notre atmosphère s'échauffe par l'influence des rayons solaires, non lorsqu'ils partent directement du soleil, mais lorsqu'ils sont réfléchis irrégulièrement par des corps ou par la surface de la terre. Cette influence est d'autant plus grande, que les rayons frappent moins obliquement la surface de la terre. Deux causes, 1°. le mouvement oblique des rayons solaires se dé-

compose en deux, dont l'un est parallèle et l'autre perpendiculaire à la surface de la terre; et le mouvement perpendiculaire qui est le seul effectif, diminue évidemment dans le même rapport que l'obliquité augmente; 2°. le nombre des rayons qui agissent sur le même point de la surface de la terre, est d'autant plus considérable, que leur incidence est moins oblique.

457. Il suit de là que les causes de la chaleur augmentent lorsque les jours croissent par l'approche du soleil vers le pôle qui est sur l'horizon. La hauteur méridienne du soleil devient alors chaque jour plus grande; il demeure plus long-temps sur l'horizon. D'un autre côté, l'obliquité des rayons diminue; ainsi, ces deux causes de chaleur concourent pour en augmenter l'intensité. Dans les régions boréales, elles atteignent leur *maximum* lorsque le soleil décrit le tropique du Cancer. A cette époque, la chaleur n'est pourtant pas la plus grande, parce qu'elle n'est jamais l'effet de l'action instantanée du soleil. Elle se compose de la somme des actions exercées successivement, et que l'absence du soleil n'a pas détruites; ainsi, la chaleur diurne n'est pas à son *maximum* à midi, quoique alors l'action instantanée du soleil soit la plus grande: d'où il résulte que la chaleur doit être plus considérable lorsque le soleil descend du tropique du Cancer à l'équateur, que lorsqu'il monte de l'équateur au même tropique. On peut faire sur la diminution du froid, le même raisonnement que nous avons fait sur l'augmentation de la chaleur. Le froid

le plus piquant ne doit pas se faire sentir lorsque l'action instantanée du soleil est à son *minimum*. Il doit augmenter pendant tout le temps que la somme de ses actions long-temps continuées diminue ; telle est donc la marche constante des saisons. Le printemps commence lorsque le soleil paroît au premier point du Bélier. Au commencement de l'été, le soleil est au tropique du Cancer. L'apparition de cet astre au premier point de la Balance, annonce le commencement de l'automne ; il parvient au tropique du Capricorne au commencement de l'hiver. Dans les régions méridionales, l'été commence avec l'hiver dont nous venons de parler ; le printemps avec l'automne, et ainsi des autres.

458. Les causes générales qui ont donné naissance à cette division des saisons, sont souvent troublées par des causes locales, particulièrement dans les régions situées entre les tropiques. Dans la plupart de ces contrées, on n'observe que deux saisons, l'été et l'hiver, et on ne les distingue que par la sécheresse et par l'humidité. L'approche du soleil vers le zénith de quelque lieu, est marquée par des pluies continuelles qui diminuent la chaleur : on prend ce temps pour l'hiver. Lorsque le soleil s'éloigne du zénith, l'humidité diminue : on prend ce temps pour l'été. Le soleil passe deux fois dans l'année par le zénith des peuples qui sont sous l'équateur ; aussi, ces peuples ont deux étés et deux hivers. Il n'en est pas ainsi de ceux qui sont situés vers les tropiques. Quoique le soleil passe deux fois à leur zénith, comme il s'écoule très-peu de

temps entre ces deux passages, on confond les deux hivers et on n'y observe que deux saisons.

Des Crépuscules.

459. Le jour est marqué par la présence du soleil sur l'horizon. Du moment que cet astre cesse de nous être visible, le jour finit; mais en finissant, il ne laisse pas les habitans de la terre plongés subitement dans une nuit profonde. Après le coucher et avant le lever du soleil, ils jouissent d'une lumière plus ou moins vive, qui s'appelle *lumière crépusculaire,* et dont il est aisé de déterminer la cause.

460. Lorsque le soleil descend au-dessous de l'horizon, ses rayons n'atteignent pas directement le globe terrestre; ils traversent les couches atmosphériques, d'abord les plus voisines de sa surface, les plus denses, et conséquemment les plus propres à réfléchir les rayons solaires. Un grand nombre de ces rayons sont réfléchis, et ceux qui dans leur réflexion se dirigent vers la terre vont éclairer sa surface. A mesure que le soleil s'éloigne de l'horizon, ses rayons tombent sur des couches atmosphériques dont la densité va toujours en décroissant. Le nombre des rayons réfléchis diminue dans le même rapport; et conséquemment la lumière crépusculaire perd à chaque instant de sa vivacité, jusqu'à ce qu'elle s'éteigne tout à fait, lorsque les rayons solaires tombent sur des couches atmosphériques assez rares pour offrir aux rayons solaires un passage libre et facile. C'est lorsque le soleil a parcouru au-dessous de l'horizon 18 degrés d'un grand cercle

passant par le zénith et perpendiculaire à l'horizon, que finit la lumière crépusculaire. On imagine au-dessous de l'horizon un cercle qui lui est parallèle, et qui en est éloigné de 18 degrés. Ce cercle détermine la limite de la lumière crépusculaire, et se nomme *Finiteur*. Ce qui arrive le soir, lorsque le soleil descend au-dessous de l'horizon, doit arriver le matin, dans un ordre inverse, lorsque le soleil s'avance vers l'horizon. La lumière crépusculaire, qui alors se nomme *Aurore*, doit être très-foible lorsque le soleil a atteint le finiteur; sa vivacité doit ensuite augmenter progressivement à mesure que le soleil approche de l'horizon.

461. La durée des crépuscules ne doit pas être égale pour tous les habitans de la terre, ni même pour l'habitant d'une même contrée, dans différentes saisons. Pour les peuples qui ont la sphère droite, le soleil monte et descend perpendiculairement à l'horizon : d'où il résulte que dans le temps des équinoxes, l'arc crépusculaire est l'arc de l'équateur compris entre le finiteur et l'horizon; et conséquemment, que le crépuscule doit durer tout le temps que le soleil emploie à parcourir sur l'équateur, un arc de 18 degrés; c'est-à-dire une heure et douze minutes. La durée du crépuscule augmente ensuite à mesure que le soleil s'avance vers le tropique.

462. Pour les peuples qui ont la sphère oblique, la durée des crépuscules, pendant l'été, est d'autant plus grande qu'ils ont plus de latitude ; de sorte qu'à 48 degrés et demi de latitude septentrionale, comme cela est pour Paris, le crépuscule du matin

commence lorsque celui du soir finit le jour que le soleil décrit le tropique du Cancer. En effet, puisque la latitude est supposée de 48 degrés et demi, le pôle est éloigné de l'horizon de 48 degrés et demi : donc le pôle est éloigné du finiteur de 66 degrés et demi; mais le pôle est éloigné du tropique de 66 degrés et demi, puisque la distance du pôle à l'équateur est de 90 degrés, et que celle du tropique à l'équateur est de 23 degrés et demi : donc à 48 degrés et demi de latitude, le tropique du Cancer effleure le finiteur; et conséquemment le crépuscule du matin commence au même instant que le crépuscule du soir finit.

463. Le crépuscule doit se faire apercevoir aux habitans des pôles près de deux mois avant que le soleil paroisse sur leur horizon, et durer encore autant de temps lorsque le soleil s'est couché pour eux. L'équateur se confond pour ces peuples avec l'horizon : le crépuscule doit donc durer tout le temps que le soleil emploie à s'éloigner de l'équateur de 18 degrés, c'est-à-dire environ deux mois : les habitans des pôles n'ont donc, dans l'année, qu'environ deux mois de nuit profonde; encore même, pendant ce temps, la lune paroît-elle deux fois sur l'horizon, et la durée de sa présence est chaque fois d'environ quatorze jours.

§ VII.

Des phénomènes produits par le mouvement de l'axe de la Terre.

464. L'axe de la Terre est agité d'un léger mouvement rétrograde qui, sans troubler son parallélisme, ni conséquemment son inclinaison avec le plan de l'écliptique, fait décrire à ses extrémités, c'est-à-dire, aux pôles du monde, des cercles, d'orient en occident, autour des pôles de l'écliptique, dans l'espace de 25920 ans. Cette période se nomme la *grande année*.

465. Le spectateur terrestre se croyant immobile avec le globe qu'il habite, rapporte ce mouvement aux corps célestes ; de là vient que tandis que les pôles du monde se meuvent d'un mouvement rétrograde autour des pôles de l'écliptique, et passent successivement par tous les points éloignés de ces pôles de 23 degrés 29 minutes, les mêmes points, ou plutôt les étoiles qui y sont fixées, paroissent approcher successivement des pôles du monde, et décrire, d'un mouvement direct, des cercles que décrivent réellement les pôles du monde autour des pôles de l'écliptique. Toutes les autres étoiles paroissent avoir un semblable mouvement, parce qu'elles conservent entr'elles une position constante : c'est pourquoi la sphère entière des étoiles paroît se mouvoir autour de l'axe de la terre qui passe par les pôles de l'écliptique; et conséquemment, toutes paroissent animées d'un mouvement direct qui, sans

altérer leur latitude, leur fait décrire des cercles parallèles à l'écliptique.

466. Le plan de l'équateur fait avec l'axe de la terre un angle droit : d'où il résulte que le mouvement de cet axe fait tourner l'intersection du plan de l'équateur avec celui de l'écliptique; et conséquemment, que les premiers points du Bélier et de la Balance, qui sont toujours opposés, décrivent l'écliptique entière d'un mouvement rétrograde dans l'espace de 25920 ans. Ce transport du premier point du Bélier et de la Balance, fait que le soleil, quand il s'est éloigné de l'un de ces points, y revient avant qu'il ait achevé sa révolution dans l'écliptique; et ce retour anticipé du soleil donne naissance à un phénomène connu sous le nom de *précession des équinoxes*.

§ VIII.

Des Comètes.

467. Les comètes regardées pendant long-temps comme des météores engendrés dans l'atmosphère, n'avoient servi qu'à répandre, au moment de leur apparition, des alarmes populaires. Newton a beaucoup contribué à les dissiper en publiant sa belle *Théorie des Comètes*. Il a fait voir qu'elles ne diffèrent des planètes que par l'excessive excentricité de leurs orbites ; elle doit amener tantôt leur grand éloignement du soleil, tantôt leur voisinage de cet astre. Lorsque la distance qui les sépare du soleil diminue, leur éclat augmente ; et la chaleur qu'elles éprouvent dans leur périhélie devient brûlante au

point de dessécher leur surface. Tous les liquides passent à l'état aériforme. La vapeur qui s'élève de la surface de ces globes, prend une direction opposée à celle du feu qui la produit, et donne ainsi naissance à cette queue des comètes, qui, après avoir été trop long-temps un objet de terreur, inspire à peine aujourd'hui la curiosité et la surprise.

468. A l'époque de la découverte de Cérès et de Pallas, les observateurs furent surpris de la petitesse de ces nouvelles planètes, et de la presque-égalité de leurs distances au soleil. Réfléchissant sur ces phénomènes, M. Olbers imagina, pour les expliquer, de regarder ces planètes comme des fragmens d'une plus grosse planète qui faisoit sa révolution à la même distance du soleil, et qu'une cause extraordinaire a fait éclater en différens morceaux. Ils ont continué à se mouvoir autour du soleil, à peu près à la même distance, et avec des vîtesses presqu'égales, mais dans des inclinaisons différentes.

Cette hypothèse a servi, 1°. à faire découvrir Junon et Vesta, en fixant les regards des observateurs sur deux régions du ciel, dans lesquelles les orbes de ces planètes se coupent, et qui se trouvent dans les constellations de la Vierge et de la Baleine.

2°. Elle a inspiré à M. de Lagrange une idée semblable sur l'origine des comètes. Ceux qui ont observé avec soin la structure des montagnes, se sont convaincus que la terre a éprouvé de grandes catastrophes par l'influence combinée d'un feu intérieur et des fluides gazeux qui se rassemblent dans les

cavités souterraines. Il est possible, dit M. de Lagrange, que dans des explosions violentes, de grands morceaux du globe en aient été séparés, et lancés au loin avec plus ou moins de force, de manière qu'ils soient devenus ou des aérolites, en roulant autour de la terre et en éclatant au moment de leur chute, ou de petites planètes plus ou moins excentriques, en circulant autour du soleil; ou enfin de véritables comètes.

M. de Lagrange ne s'arrête pas à cette hypothèse ingénieuse et hardie, qui sans doute trouvera des contradicteurs. Il recherche quelle seroit la force d'explosion nécessaire pour briser une planète, de manière qu'un de ses morceaux pût devenir comète. Ce problème est un jeu pour cet illustre géomètre. Dire qu'il s'est occupé de le résoudre, c'est dire qu'il en a trouvé la solution la plus simple, la plus élégante et la plus générale. *Voyez* à ce sujet l'ouvrage que vient de publier M. de Lagrange sur l'origine des comètes.

§ IX.

Des Étoiles.

469. Si l'on considère les étoiles à la faveur du télescope, elles ne présentent que des points lumineux aux regards de l'observateur; tandis qu'à œil découvert, elles ont une grandeur apparente sensible qui est l'effet de la scintillation; en cela les étoiles diffèrent des planètes, dont le télescope agrandit considérablement les dimensions. La petitesse du diamètre apparent des étoiles prouve qu'elles

qu'elles sont beaucoup plus éloignées de nous que les planètes, et cette opinion se fortifie en faisant attention que leur parallaxe est insensible. La vivacité de la lumière des plus brillantes étoiles, comparée à l'immensité de leur distance, ne nous permet pas de douter qu'elles brillent d'une lumière qui leur est propre ; et comme les étoiles les plus petites sont soumises aux mêmes mouvemens que les plus brillantes, et que leur situation respective est constante, il est infiniment probable que toutes les étoiles sont de la même nature, qu'elles sont toutes des corps lumineux, ayant plus ou moins de volume, situés à différentes distances dans l'immensité de l'espace, et qui, semblables à l'astre qui nous éclaire, peuvent être les foyers d'autant de systèmes planétaires.

Pour distinguer les étoiles, on les rapporte à différentes figures que l'on conçoit dans les cieux, et qu'on nomme *constellations.* On imagine dans le zodiaque douze de ces constellations qu'on appelle les *signes du zodiaque :* ce sont, le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, le Cancer, le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion, le Sagittaire, le Capricorne, le Verseau, les Poissons. Ces signes ont donné leurs noms aux douze parties de l'écliptique, dont nous avons parlé dans un des articles précédens.

Les points d'intersection de l'écliptique avec l'équateur étoient, du temps d'Hypparque, entre les constellations des Poissons et du Bélier, de la Vierge et de la Balance. Les constellations ont donné leurs noms à ces parties de l'écliptique qui passoient par

chaque constellation ; et les parties de l'écliptique, en supposant le commencement du Bélier et de la Balance aux points d'intersection de l'équateur et de l'écliptique comme dans ce temps-là, ont conservé leurs noms, quoique ces points d'intersection aient été transportés par le mouvement de l'axe de la terre ; de là vient qu'on dit que le soleil est dans le Taureau, lorsqu'il se meut dans la constellation du Bélier.

470. Les différentes nuances qu'on observe dans la vivacité de la lumière des étoiles, ont porté les astronomes à les diviser en différentes classes. Les plus brillantes s'appellent *étoiles de la première grandeur;* les autres *de la seconde,* et ainsi de suite.

471. On observe encore dans le ciel une lumière blanche, de forme irrégulière, et qui environne le ciel en forme de ceinture : sa couleur lui a fait donner le nom de *voie lactée.* Les observations faites à l'aide du télescope, y ont fait découvrir un si grand nombre de petites étoiles, qu'il est très-probable que la voie lactée n'est que la réunion de ces étoiles, qui nous paroissent assez rapprochées pour former une lumière continue. Diverses parties du ciel présentent aussi, à la faveur du télescope, de petites blancheurs qui paroissent être de la même nature que la voie lactée. Plusieurs d'entr'elles offrent également la réunion d'un grand nombre de petites étoiles ; d'autres ne paroissent que comme une lumière blanche et continue : cette continuité a probablement pour cause la grande distance de ces

blancheurs, qui confond la lumière des étoiles qui concourent à les former.

472. Certaines étoiles sont appelées *changeantes*, parce qu'elles brillent d'une lumière dont l'intensité éprouve des changemens périodiques. On en a vu se montrer subitement, et s'évanouir ensuite après avoir répandu la plus éclatante lumière. Telle fut la fameuse étoile qui parut en 1572 dans la constellation de Cassiopée. Sa clarté fut en peu de temps éblouissante ; elle s'affoiblit ensuite au point que l'étoile devint invisible seize mois après son apparition, sans avoir changé de place dans le ciel. Sa couleur fut d'abord d'un blanc éclatant, ensuite d'un jaune rougeâtre, et enfin d'un blanc plombé. Il est probable que ces phénomènes dépendent des taches très-étendues que les étoiles nous présentent périodiquement en tournant sur elles-mêmes, à peu près comme le dernier satellite de Saturne, et l'interposition des grands corps opaques qui circulent autour d'elles. Quant aux étoiles qui ont paru presque tout à coup avec une éclatante lumière pour disparoître subitement, on peut soupçonner que des causes extraordinaires ont produit quelqu'embrasement à leur surface : le changement de couleur, semblable à celui que présentent sur la terre des corps que nous voyons s'enflammer et s'éteindre, vient à l'appui de cette conjecture.

LIVRE III.

SECONDE PARTIE.

Des causes physiques des mouvemens célestes.

CHAPITRE PREMIER.

Des lois de la gravité.

473. Après avoir exposé les mouvemens des corps célestes, et les phénomènes auxquels ces mouvemens donnent naissance, il importe de faire voir par quelles lois ils s'exécutent. Une loi ajoutée à celles que nous avons établies en expliquant les phénomènes de l'inertie, suffira pour dévoiler tout le mécanisme du système planétaire.

474. Cette loi consiste en ce que tous les corps tendent les uns vers les autres par une force qui croît en raison directe des masses, et en raison inverse du carré de la distance.

1°. D'après une loi de *Kepler,* les rayons vecteurs des planètes et des comètes décrivent autour du soleil des aires proportionnelles aux temps; mais nous avons démontré, n° 114, qu'il faut pour cela

que la force qui détourne sans cesse chacun de ces corps de la ligne droite soit constamment dirigée vers un point fixe, qui est l'origine des rayons vecteurs : la tendance des planètes et des comètes vers le soleil suit donc nécessairement de la proportionnalité des aires décrites par les rayons vecteurs aux temps employés à les décrire. Cette tendance est réciproque. C'est en effet une loi générale de la nature que la réaction est égale et contraire à l'action, n° 75 : d'où il résulte que les planètes et les comètes réagissent sur le soleil, et lui communiquent une tendance vers chacune d'elles.

2°. Les satellites d'Uranus tendent vers Uranus, et Uranus vers ses satellites. Les satellites de Saturne tendent vers Saturne, et Saturne vers eux. Il en est de même de Jupiter et de ses satellites. La lune et la terre tendent aussi réciproquement l'une vers l'autre. La proportionnalité des aires décrites par les satellites aux temps employés à les décrire, concourt avec l'égalité de l'action à la réaction pour rendre cette assertion non équivoque.

Tous les satellites ont une tendance vers le soleil ; car ils sont tous animés d'un mouvement régulier autour de leurs planètes respectives, comme si elles étoient immobiles : d'où il résulte que les satellites sont emportés d'un mouvement commun avec leurs planètes; c'est-à-dire, que la même force par laquelle les planètes tendent sans cesse vers le soleil agit aussi sur les satellites, et qu'ils sont emportés vers le soleil, d'une même vitesse que les planètes.

De ce que les satellites tendent vers le soleil, il suit que le soleil tend vers eux à cause de la réaction égale et opposée à l'action.

3°. L'observation a appris que Saturne s'écarte un peu de sa route lorsqu'il est près de Jupiter, la plus grande des planètes : d'où il résulte que Saturne et Jupiter tendent réciproquement l'un vers l'autre. Saturne, comme l'a observé *Flamstéed*, trouble le mouvement des satellites de Jupiter en les attirant un peu à lui; ce qui prouve que ces satellites tendent vers Saturne, et Saturne vers eux.

Il est donc vrai que tous les corps célestes tendent réciproquement les uns vers les autres; mais cette tendance, ou plutôt la force attractive qui la fait naître, ne leur appartient pas seulement en masse, toutes leurs molécules la partagent. Si le soleil n'agissoit que sur le centre de la terre, sans attirer particulièrement chacune de ses parties, les oscillations des ondes de l'océan seroient incomparablement plus grandes et très-différentes de celles dont il nous offre le spectacle : la tendance de la terre vers le soleil est donc le résultat de la somme des attractions exercées sur toutes ses molécules, qui conséquemment attirent le soleil en raison de leurs masses respectives. D'ailleurs, chaque corps sur la terre est attiré vers son centre proportionnellement à sa masse : il réagit donc sur elle, et l'attire suivant le même rapport. S'il en étoit autrement, et si toutes les parties de la terre ne gravitoient les unes vers les autres, le centre de gravité de la terre,

se mouvant d'un mouvement toujours accéléré, iroit se perdre dans l'immensité de l'espace au-delà des limites de l'univers.

La gravité est donc universelle, réciproque et proportionnelle à la masse. Il nous reste à démontrer que cette force croît en raison inverse du carré de la distance.

1°. L'observation a fait connoître que les carrés des temps périodiques des corps célestes sont proportionnels aux cubes des distances moyennes; mais nous avons démontré, n° 125, que lorsque des corps se meuvent circulairement de manière que les carrés des temps périodiques soient proportionnels aux cubes des distances, la force centrale qui les anime est en raison inverse du carré de la distance : donc, en supposant les planètes mues dans des orbes circulaires, ce qui s'éloigne peu de la vérité, elles sont sollicitées vers le soleil par une force qui croît en raison inverse du carré de la distance. Cette supposition n'est pas rigoureuse; mais le rapport constant des carrés des temps périodiques aux cubes des distances, étant indépendant de l'excentricité, il subsisteroit sans doute encore dans le cas où l'excentricité seroit nulle, et conséquemment si les planètes se mouvoient dans des orbes circulaires.

2°. Si les planètes tournent autour du soleil, en vertu d'une force centrale qui croît en raison inverse du carré de la distance, il est naturel de penser que la lune est retenue dans son orbe par une force centrale dirigée vers la terre, et qui ne diffère de la

pesanteur des corps terrestres à nos distances, qu'en raison de la diminution qu'elle doit éprouver par l'augmentation du carré de la distance de la lune. Cela posé, la lune, dépouillée de sa force projectile et livrée à sa gravité, parcourroit dans une minute le sinus-verse de l'arc qu'elle décrit dans le même temps. Ce sinus-verse égale le carré de l'arc divisé par le diamètre, et le quotient de cette division est 4,87 mètres (15 pieds) : car la distance moyenne de la lune à la terre est de 60 demi-diamètres terrestres ; la circonférence de l'équateur terrestre est de 40036400,064 mètres (123249600 pieds) ; et conséquemment l'orbe lunaire, 60 fois plus grand, est de 2402184003,84 mètres (7394976000 pi.) ; divisant par $\frac{22}{7}$, on aura le diamètre de cet orbe de 764331273,49 mètres (2352492363 pi.) Mais la lune fait sa révolution en 39343 minutes; divisant par ce nombre l'orbe entier de la lune, le quotient 61058,23 mètres (187964 pi.) sera l'arc que la lune parcourt dans une minute. Quarrant cet arc qui peut se confondre avec sa corde et passer pour insensible, n'étant que la quarante millième partie ou environ de l'orbe entier, et divisant ce carré par le diamètre de l'orbe de la lune, le quotient 4,87 mèt. (15 pieds) qui en provient, exprime le sinus-verse de cet arc ou la gravité de la lune ; or, les corps terrestres livrés à leur pesanteur, parcourent 4,87 m. (15 pieds) en une seconde, et conséquemment 4,87 mètres (15 pieds) × 3600 dans une minute, puisque les espaces parcourus d'un mouvement uniformément accéléré croissent comme les carrés des temps,

n° 58 : donc la pesanteur des corps terrestres est dans le même temps donné 3600 plus grande que celle de la lune, et précisément dans le rapport inverse du carré de leurs distances au centre de la terre.

475. Pour établir la loi de l'attraction, nous avons considéré les centres des corps, quoique la gravité soit propre à chacune de leurs molécules, parce que dans des sphères ou dans des sphéroïdes qui en diffèrent très-peu, l'attraction des molécules les plus éloignées du point attiré et celle des molécules les plus voisines, se compensent de manière que l'attraction totale est la même que si ces molécules étoient réunies à leur centre de gravité.

476. Cette loi des sphères se modifie diversement, lorsque les corps attirés sont à la surface ou dans l'intérieur des sphères. Un corps placé au-dedans d'une couche sphérique partout de la même épaisseur, est également attiré de toutes parts; ensorte qu'il resteroit en repos au milieu des attractions qu'il éprouve. La même chose a lieu au-dedans d'une couche elliptique, dont les surfaces intérieure et extérieure sont semblables et semblablement situées. En supposant donc que les planètes sont des sphères homogènes, la pesanteur dans leur intérieur diminue comme la distance à leur centre; car l'enveloppe extérieure au corps attiré ne contribue point à la pesanteur, qui n'est ainsi produite que par l'attraction d'une sphère d'un rayon égal à la distance de ce corps au centre de la planète; or cette attraction est proportionnelle à la masse de la

sphère, divisée par le carré de son rayon; la masse est comme le cube de ce même rayon : la pesanteur du corps est donc proportionnelle à ce rayon. Ce résultat n'est rigoureux que dans l'hypothèse de l'homogénéité des planètes. Les couches qui les composent sont probablement plus denses, à mesure qu'elles sont plus près du centre : la pesanteur au dedans diminue donc dans un moindre rapport que dans le cas de leur homogénéité.

477. Nous voilà donc parvenus, sans le secours d'aucune hypothèse et par la simple comparaison des phénomènes avec les lois du mouvement, à la connoissance de ce grand principe; savoir, que toutes les molécules de matière s'attirent réciproquement en raison directe des masses, et en raison inverse du carré des distances. Ce principe est-il une loi primordiale de la nature, ou n'est-il qu'un effet général d'une cause inconnue ? Ce problème tient à la connoissance de la nature de la matière : nous ne pouvons donc nous flatter d'en trouver jamais la solution. Bornons-nous, dans l'état de nos connoissances, à faire aux phénomènes célestes l'application de ce principe.

CHAPITRE II.

Du mouvement de la Terre.

478. Les apparences célestes sont les mêmes, soit que le soleil, accompagné des planètes et des satellites, tourne autour de la terre, soit que la terre

ainsi que les planètes, se meuvent autour du soleil. Cette parfaite conformité dans les apparences a fait naître, sur la réalité du mouvement de la terre, des doutes qu'il importe de détruire.

1°. La simplicité des lois de la nature atteste le mouvement de translation de la terre. Si le centre du soleil coïncidoit avec celui de la terre, son volume embrasseroit l'orbe de la lune et s'étendroit une fois plus loin : d'où il suit que le volume de la terre est incomparablement plus petit que celui du soleil et de plusieurs planètes. Il est donc beaucoup plus simple de faire tourner la terre autour du soleil, que de faire mouvoir autour d'elle tout le système planétaire. L'immobilité de la terre entraîneroit évidemment dans les mouvemens célestes une complication et une rapidité que son mouvement de translation autour du soleil fait aisément évanouir.

2°. L'analogie confirme l'existence de ce mouvement. Autour de la terre, de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, circulent des satellites qui ont beaucoup moins de masse que leurs planètes respectives. Autour du soleil se meuvent des corps plus petits, Mercure, Vénus, Jupiter, Saturne et Uranus. Si la terre tourne avec eux, partout dans le système planétaire, les petits corps circulent autour des grands corps qui sont à leur voisinage. Mais si la terre est immobile, cette loi souffre une exception en faveur du soleil qui, quoique supérieur en masse, circule autour d'elle.

3°. L'examen réfléchi des lois de la nature dé-

montre parfaitement la réalité du mouvement de translation de la terre. Plusieurs corps circulent autour du soleil, de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, et la lenteur de leur mouvement augmente avec la distance du centre de leur révolution, de manière que les carrés des temps périodiques suivent le rapport des cubes des distances. Cela a lieu pour la terre, si elle tourne avec les autres planètes autour du soleil, comme il est aisé de s'en convaincre, en comparant son temps périodique (c'est-à-dire, le temps dans lequel le soleil paroît achever une révolution entière), et sa distance du soleil avec les distances et les temps périodiques des autres planètes. Mais cette loi souffre, par l'immobilité de la terre, une atteinte qui détruit sa généralité : non-seulement la vitesse du soleil, circulant autour de la terre, est plus grande que cette loi ne le prescrit ; elle surpasse encore vingt-six fois au moins la vitesse de la lune, quoiqu'elle soit beaucoup moins éloignée de la terre que le soleil.

4°. La terre et le soleil tendent réciproquement l'un vers l'autre avec des forces égales, à cause de la réaction égale et opposée à l'action : donc leurs vitesses sont en raison réciproque des masses ; et comme la masse de la terre est presque nulle relativement à celle du soleil, il s'ensuit que le soleil doit se mouvoir très-lentement pendant que la terre est animée d'un mouvement très-violent, qui l'entraîneroit vers cet astre, si elle ne circuloit autour de lui.

Nous pouvons invoquer en faveur du mouve-

ment de rotation de la terre, des preuves analogues à celles qui ont servi à établir son mouvement de translation.

1°. La masse de la terre est incomparablement plus petite que celle du soleil. Cet astre est d'ailleurs éloigné de nous d'environ vingt-trois mille rayons terrestres. N'est-il pas infiniment plus simple de supposer à la terre un mouvement de rotation sur son axe, que d'imaginer, dans une masse aussi énorme et aussi distante que le soleil, le mouvement extrêmement rapide, qui lui seroit nécessaire pour tourner dans un jour autour de la terre? Quelle force immense ne faudroit-il pas alors pour balancer sa force centrifuge? Chaque astre présente de pareils inconvéniens que la rotation de la terre peut seule faire disparoître.

2°. Le pôle de la terre paroît se mouvoir lentement autour de celui de l'écliptique; et ce mouvement donne naissance au phénomène de la précession des équinoxes. Si la terre est immobile, son pôle est sans mouvement : l'écliptique se meut donc alors sur ses pôles, et dans ce mouvement elle entraîne tous les astres. Le système entier de tant de corps si différens par leur grandeur, leur mouvement et leur distance, seroit donc encore soumis à un mouvement général que le mouvement de l'axe de la terre autour des pôles de l'écliptique fait aisément évanouir.

3°. Un navigateur se croit d'abord immobile avec le vaisseau qui l'emporte, tandis que tous les objets extérieurs lui paroissent en mouvement. Quelques

instans de réflexion sur la petitesse du vaisseau, comparée à l'immensité du rivage et des plaines, lui font reconnoître sans peine que le mouvement de tous les objets extérieurs n'est qu'un mouvement apparent auquel son mouvement réel donne naissance. Emportés d'un mouvement commun à tous les corps terrestres, ne sommes-nous pas dans le cas du pilote emporté par le vaisseau ? Les astres dispersés dans l'espace, sont à notre égard ce que les montagnes et les plaines sont par rapport au navigateur ; et les mêmes motifs qui le portent à croire qu'il se meut réellement, nous attestent la réalité du mouvement de la terre.

4°. Toutes les planètes sur lesquelles on peut faire des observations, par rapport au mouvement de la terre, ont un mouvement de rotation : n'est-il pas naturel de penser que la terre a un semblable mouvement ?

479. En vain opposeroit-on que dans l'hypothèse du mouvement de rotation de la terre, tous les corps placés sur sa surface devroient s'en écarter en vertu de la force centrifuge, suivant la direction de la tangente aux cercles parallèles à l'équateur. Cela arriveroit sans doute si la force centrifuge que fait naître le mouvement de rotation, n'étoit balancée par une force contraire qui enchaîne les corps aux points de la surface de la terre sur lesquels ils se trouvent placés. Les corps placés sur la surface de la terre, tendent en effet à se mouvoir le long de la tangente; ils sont d'ailleurs sollicités vers le centre de la terre en vertu de leur pesanteur : d'où il ré-

sulte qu'ils font à chaque instant effort pour se mouvoir d'un mouvement composé de ces deux ; et comme le premier est très-petit relativement au second, il en résulte que les corps terrestres se détournent peu de leur direction vers le centre, et que conséquemment le mouvement de rotation de la terre ne peut leur faire abandonner la place qu'ils occupent.

480. Un corps lancé verticalement de bas en haut, a non-seulement le mouvement par lequel il est lancé; il est encore animé d'un mouvement commun au point de la surface de la terre auquel il répond : d'où il résulte qu'il se meut par rapport à la surface de la terre en mouvement dans la même ligne dans laquelle il seroit transporté, si la terre étoit immobile.

481. Le mouvement de translation et le mouvement de rotation de la terre ne sont pas des mouvemens distincts produits par des impulsions différentes ; ils résultent d'un seul mouvement imprimé à la terre, suivant une direction qui ne passe point par son centre de gravité. En vertu de ce mouvement, elle tourne en même temps autour du soleil et sur son axe.

CHAPITRE III.

Des masses des Planètes, de leurs densités et de la pesanteur à leur surface.

482. Nous avons démontré, nº 125, que les forces centrales de deux corps mus circulairement sont en raison composée des masses, des distances du centre et de l'inverse des carrés des temps périodiques : il résulte de cette vérité que la pesanteur d'un des satellites vers sa planète, est à la pesanteur de la terre vers le soleil, comme la distance moyenne du satellite au centre de sa planète, divisée par le carré de son temps périodique, est à la moyenne distance de la terre au soleil, divisée par le carré de son temps périodique (1). Ramenons les pesanteurs à la même distance des corps qui les produisent, en les multipliant respectivement par les carrés des rayons des orbes

---

(1) Exprimant par P, p ces pesanteurs, par R, r ces distances, par T, t les temps périodiques, on a $P : p :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$. Mais désignant par M la masse du soleil, par m la masse de la planète autour de laquelle le satellite circule, on a...... $P : p :: \frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}$; donc $\frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2} :: \frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}$; donc........... $\frac{R^3}{T^2} : \frac{r^3}{t^2} :: M : m$.

orbes qu'elles font décrire ; et, comme à distances égales, les masses sont comme leurs attractions, la masse de la planète est à celle du soleil comme le cube de la distance moyenne du satellite au centre de sa planète, divisé par le carré de son temps périodique, est au cube de la distance moyenne de la terre au soleil, divisé par le carré de son temps périodique.

483. En appliquant ce résultat aux planètes qui ont des satellites, il est aisé de trouver la valeur de leurs masses ; car on connoît les rayons des orbes des satellites, ainsi que la durée de leurs révolutions sidérales ou leurs temps périodiques. Prenant les cubes des rayons de ces orbes, et les divisant respectivement par les carrés des temps périodiques, les quotiens donnent les valeurs des corps autour desquels les satellites circulent.

Quant aux planètes qui n'ont pas des satellites, il faut, pour déterminer la valeur de leurs masses, employer des moyens qui, n'étant pas du ressort de la Physique élémentaire, ne peuvent trouver place dans cet Ouvrage.

Masses des Planètes, celle du Soleil étant prise pour unité.

Mercure............... $\frac{1}{2025810}$.

Vénus.................. $\frac{1}{383137}$.

La Terre............... $\frac{1}{329630}$.

Mars.................. $\frac{1}{1846082}$.

Jupiter................ $\frac{1}{1067,09}$.

Saturne................ $\frac{1}{3359,40}$.

Uranus................. $\frac{1}{19504}$.

484. Les densités des corps sont en raison directe des masses, et en raison inverse des volumes; et lorsque les corps sont à peu près sphériques, les volumes sont comme les cubes de leurs rayons : d'où il résulte que les densités sont alors comme les masses divisées par les cubes des rayons. Effectuant ces divisions, on trouve les nombres suivans pour les densités de la terre, de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, la moyenne densité du soleil étant prise pour unité.

Le Soleil.....................	1
La Terre.....................	3,9393
Jupiter.......................	0,8601
Saturne.......................	0,4951
Uranus........................	1,1376

485. Ces résultats nous apprennent que les planètes les plus voisines du soleil sont aussi les plus denses, ce qui les met à même de résister à la grande activité de la chaleur solaire. Tout languiroit sur le globe que nous habitons, si, sa densité restant la même, il étoit tout-à-coup transporté à la place de Saturne. Les fluides passeroient subitement à l'état solide, et le froid excessif qu'on y éprouveroit se-

roit pour les plantes et les animaux un principe de destruction. Tous les liquides passeroient à l'état aériforme, si, sans augmenter la densité de la terre, elle étoit placée à la distance de Mercure. Cette planète, $\frac{8}{3}$ plus près du soleil que nous, éprouve une chaleur sept fois plus grande que celle qui se fait sentir dans nos contrées pendant les étés les plus brûlans ; et cette chaleur ne diffère pas beaucoup de celle de l'eau bouillante. Un changement beaucoup moins considérable dans la température dépeupleroit la zône torride, si, sans prendre la place de Mercure, la terre s'approchoit davantage du soleil. La loi que l'observation nous a fournie mettant toutes choses à leur place, nous dévoile parfaitement la sagesse de la nature.

486. Pour avoir l'intensité de la pesanteur à la surface du soleil et des planètes, il faut remarquer que si Jupiter et la terre étoient exactement sphériques et sans mouvement de rotation, les pesanteurs à leur équateur seroient proportionnelles aux masses de ces corps, divisées par les carrés de leurs diamètres, puisque dans ces corps, les distances du centre sont comme les diamètres. Or, à la moyenne distance du soleil à la terre, le diamètre de l'équateur de Jupiter est de 626,26 secondes, et celui de l'équateur de la terre est de 54,5 secondes : d'où il résulte qu'en représentant par l'unité le poids d'un corps à l'équateur terrestre, le poids de ce corps, transporté à l'équateur de Jupiter, seroit 2,509 ; mais il faut diminuer ce poids d'environ un neuvième pour avoir égard aux effets des forces cen-

trifuges que fait naître la rotation des planètes. Le même corps pèseroit 27,65 à l'équateur du soleil, et les corps y parcourent 100 mètres (environ 300 pieds) dans la première seconde de leur chute.

CHAPITRE IV.

De la figure des Planètes.

487. Si les planètes étoient fluides et sans mouvement de rotation, l'attraction égale et réciproque de toutes leurs molécules feroit naître la figure sphérique ; car une colonne plus grande de la surface au centre, pèseroit plus sur le centre, éleveroit par son poids les colonnes plus courtes, s'abaisseroit elle-même à proportion, jusqu'à ce que toutes les colonnes ayant même hauteur, se balanceroient mutuellement par l'égalité de leur poids.

488. Cette figure sphérique des planètes ne change pas par leur mouvement de translation autour du soleil, parce que toutes leurs molécules se mouvant de la même manière, leur rapport de situation n'est pas troublé. Mais par le mouvement de rotation, la figure sphérique souffre une altération d'autant plus grande que le mouvement est plus rapide. Car toutes les molécules acquièrent par le mouvement de rotation une force centrifuge opposée à la pesanteur ; la pesanteur étant la même à la même distance du centre, et sur tous les points de la même surface sphérique, la figure des pla-

nètes n'éprouveroit aucun changement, si la force centrifuge étoit la même à égales distances du centre ; mais l'équateur des planètes ayant plus de vitesse que les autres cercles parallèles, il a plus de force centrifuge en raison de la plus grande longueur de son rayon. Cette force centrifuge, toujours dirigée selon le rayon du cercle qui est décrit, déjà plus grande à l'équateur que dans ses cercles parallèles, y est encore plus directement opposée à la pesanteur, toujours dirigée perpendiculairement à sa surface selon le rayon de la sphère. La pesanteur des molécules composant la masse des planètes, souffre donc sous ce double rapport, par la force centrifuge, une diminution plus grande à l'équateur qu'aux pôles, et que dans les autres cercles parallèles; et conséquemment les autres colonnes, celles des pôles principalement, pesant plus sur le centre que la colonne de l'équateur, doivent élever continuellement cette colonne, et souffrir elles-mêmes une dépression, jusqu'à ce que l'excès de hauteur sous l'équateur compense l'excès de pesanteur sous les pôles : d'où il résulte que les planètes doivent prendre la figure d'un sphéroïde aplati par les pôles.

489. Cet aplatissement des pôles, par le rapport de la force centrifuge à la pesanteur, a cependant une limite qu'il ne peut franchir. Il est le plus grand possible lorsque la force centrifuge est égale à la pesanteur. Si la force centrifuge devenoit plus grande, les molécules qui composent la planète s'écarteroient indéfiniment dans l'espace, et cet écartement entraîneroit sa destruction.

490. La théorie est ici d'accord avec les observations faites sur la terre pour déterminer sa figure. Elles concourent à prouver un accroissement dans les degrés des méridiens de l'équateur aux pôles, et conséquemment un aplatissement dans le sens des pôles.

CHAPITRE V.

Du mouvement de la Lune.

On ne peut donner une théorie complète du mouvement de la lune, sans emprunter les secours de la plus sublime analyse. Nous devons donc dans ce Traité élémentaire nous borner à faire connoître les forces qui altèrent le mouvement de la lune, et à examiner les phénomènes généraux qu'elles font naître, sans prétendre en déterminer les quantités absolues.

PARAGRAPHE PREMIER,

Où l'on détermine les forces qui altèrent le mouvement de la Lune, et où l'on explique les phénomènes qui en dépendent.

491. Si la lune ne gravitoit que vers la terre, elle décriroit une ellipse autour de cette planète ; mais la lune gravite en même temps vers le soleil qui attire aussi très-puissamment la terre. Quelle que soit l'intensité de son action, si elle étoit toujours la même, et dirigée suivant des lignes parallèles,

elle seroit exclusivement employée à produire les mouvemens annuels de la lune et de la terre autour du soleil, et le mouvement de la lune autour de la terre n'en souffriroit aucune atteinte, parce que les mouvemens communs n'altèrent, en aucune manière, les mouvemens particuliers.

Mais la lune étant plus éloignée du soleil que la terre dans la moitié de son orbite, et plus près de cet astre que la terre dans l'autre moitié, elle se trouve moins attirée que la terre par le soleil dans le premier cas; elle l'est plus dans le second. D'ailleurs cette action du soleil sur la terre et sur la lune n'est jamais dirigée suivant les mêmes lignes ou suivant des lignes parallèles, si l'on en excepte les sizigies; et dans ces deux points, la différence des attractions exercées par le soleil sur la terre et sur la lune est la plus grande : d'où résultent nécessairement dans le mouvement de la lune, des inégalités frappantes, qui font que la lune ne décrit ni un cercle, ni une ellipse, mais une courbe tout-à-fait différente. La détermination exacte de cette courbe tient à la solution du *problème des trois corps*, qui a exercé la sagacité des plus grands géomètres, et qui consiste à trouver quelle est à chaque instant la position de la terre et celle de la lune à l'égard du soleil, en supposant que ces trois corps s'attirent en raison directe des masses, et en raison inverse du carré des distances.

492. Supposons la lune en un point quelconque L de son orbite CQAq (fig. 69), se mouvant suivant l'ordre des signes dans le sens LQq. La force avec laquelle

le soleil S l'attire est à celle qu'il exerce sur la terre T, située au centre de l'orbite lunaire :: $ST^2 : SL^2$ n° 474. Menons par le soleil S la droite LG qui soit à TS, dans le rapport de TS^2 à SL^2, et LG représentera l'attraction que le soleil exerce sur la lune. La force LG est oblique à TS exprimant l'attraction que le soleil exerce sur la terre : donc elle agit sur la lune, comme agiroient deux forces LH et LR, qui forment deux côtés du parallélogramme dont LG est la diagonale. La force LH est par la construction égale et parallèle à TS : donc elle ne fait souffrir aucune altération au mouvement de la lune autour de la terre ; et conséquemment ce mouvement ne peut être troublé que par la force LR, que nous nommons, pour cette raison, *force perturbatrice*.

493. La terre est environ 340 fois plus éloignée du soleil que de la lune : donc la ligne SG est très-petite par rapport à ST ; et conséquemment nous pouvons regarder RG comme couchée sur SO, et LR comme confondue avec LO : d'où il résulte que LO exprimera la force perturbatrice.

LH = TS : donc, dans une grande partie de l'orbite de la lune, l'extrémité H descend au-dessous du centre du soleil, et LO se trouve oblique au mouvement de la lune et à sa pesanteur sur la terre, dirigée suivant LT : donc nous pouvons la décomposer en deux forces, l'une LB perpendiculaire à TL, l'autre LF dirigée suivant TL. La force LB, tangente à l'orbe de la lune au point L, tire la lune de L en B : donc elle retarde son mouvement lorsque

la lune passe de la sizigie à la quadrature. Il est aisé de voir qu'elle l'accélère dans le passage de la lune de la quadrature à la sizigie. La force LF, dirigée suivant TL, altère la pesanteur de la lune sur la terre : elle la diminue lorsque LF est une prolongation du rayon, comme dans cette figure ; elle l'augmente lorsque LF forme une partie du rayon. Nous avons donc ici trois forces, la force LO et les forces LB et LF. Les deux dernières naissent de la décomposition de la première, déterminée par son obliquité au mouvement de la lune et à la pesanteur de cet astre sur la terre. La force LO est la *force perturbatrice absolue*. Nous appellerons la force LB *force perturbatrice tangentielle*, parce que la ligne qui la représente est tangente à l'orbite de la lune ; et nous donnerons à la force LF le nom de *force perturbatrice radiale*, parce qu'elle est dirigée le long du rayon. En déterminant les lignes LO, LB, LF, nous connoîtrons toute l'influence de ces forces sur le mouvement de la lune.

494. Par la construction de la figure GL : TS :: $TS^2 : SL^2$. DL est la différence de TS à SL, et cette différence est très-petite : donc 2DL est la différence de TS^2 à SL^2 (1), et conséquemment aussi la diffé-

(1) Pour sentir la justesse de cette conséquence, il suffit d'observer que lorsque deux quantités approchent d'être égales, la différence qui est entre leurs carrés est double de celle qui existe entre leurs racines. Ainsi 1 et $1 + \frac{1}{\infty}$ ne différant que de $\frac{1}{\infty}$, leurs carrés qui sont 1 et $1 + \frac{2}{\infty} + \frac{1}{\infty^2}$ diffèrent de $\frac{2}{\infty}$.

rence de GL à TS: donc GL — TS = 2DL. Mais la différence de GD à GL est encore DL : donc la différence de GD à TS ou OT = 3DL. DL est évidemment le sinus de l'arc qui mesure la distance de la lune à la quadrature voisine, ou le cosinus de sa distance à la plus proche sizigie : donc LO, ou la force perturbatrice absolue de la lune, est toujours le troisième côté d'un triangle, dont les deux autres sont le rayon de l'orbite lunaire, et le triple du cosinus de la distance de la lune à la plus proche sizigie. Si l'on représente l'angle OTL par s, le rayon moyen de l'orbe lunaire par r, et la force perturbatrice absolue par a : on aura, à cause du triangle TOL ; $OL^2 = TL^2 + OT^2 - 2TL.OT \cos OTL$, ou bien $a^2 = r^2 + 9r^2.\cos s - 6r^2 \cos s = r^2 + 3r^2 \cos s$.

495. Il suit de là que la force perturbatrice absolue est à son *maximum* dans les sizigies, et à son *minimum* dans les quadratures où elle est soudouble de ce qu'elle est dans les sizigies ; car la force perturbatrice absolue $a^2 = r^2 + 3r^2 \cos s$. Mais dans les sizigies l'angle $s = 0$: donc son $\cos = 1$: donc $a^2 = r^2 + 3r^2 = 4r^2$: donc $a = 2r$. Dans les quadratures l'angle s est droit : donc son $\cos = 0$: donc $a^2 = r^2$: donc $a = r$: donc dans les quadratures la force perturbatrice absolue égale le rayon, tandis qu'elle égale le double du rayon dans les sizigies : donc elle est dans les quadratures soudouble de ce qu'elle est dans les sizigies.

496. Pour déterminer la force perturbatrice tangentielle LB, prolongeons LD jusqu'en K; et de ce

point abaissons sur LT prolongé la perpendiculaire KI. Elle est parallèle à OF : donc les triangles rectangles KIL, TOF sont semblables : donc OF ou LB : IK :: OT : KL. OT = 3DL. LK = 2DL. IK est le sinus de l'angle KTI, double de l'angle KLI, et conséquemment double de son égal CTL qui exprime la distance de la lune à la plus proche sizigie : donc LB est au sinus du double de la distance de la lune à la plus proche sizigie :: 3DL : 2DL :: 3 : 2 : donc la force perturbatrice tangentielle qui est employée à accélérer ou à ralentir le mouvement de la lune égale $\frac{3}{2}$ du sinus du double de la distance de la lune à la plus proche sizigie. Représentant cette force par t, on aura $t = \frac{3}{2}$ sin $2s$. Il suit de là, 1°. que la force perturbatrice tangentielle est nulle aux quadratures et aux sizigies, puisque dans ces points de l'orbite lunaire sin $2s = 0$.

2°. Cette force est la plus grande possible, la lune étant située à 45° de la sizigie ; car alors sin $2s = r$.

497. Il nous reste à déterminer la force perturbatrice radiale LF. Considérons les triangles KIL, TOF. Ils sont semblables : donc

OT : LK :: TF : IL. TF = TL + LF. IL = TL + IT :

donc

$$OT : LK :: TL + LF : TL + IT ;$$

mais

$$OT : LK :: 3 : 2 :$$

donc

$$TL + LF : TL + IT :: 3 : 2 :$$

donc

$$2TL + 2\,LF = 3TL + 3IT :$$

donc en transposant

$$2LF = 3TL - 2TL + 3IT = TL + 3IT:$$

donc en divisant par 2 les membres de cette équation on a $LF = \frac{1}{2} TL + \frac{3}{2} IT$.

Si le point F tomboit entre L et T, on auroit

$$LF = \frac{1}{2} TL - \frac{3}{2} IT.$$

TL est le rayon; IT est le cosinus de l'angle KTI double de celui qui mesure la distance de la lune à la plus proche sizigie : donc la force perturbatrice radiale, dont l'effet est de diminuer ou d'augmenter la pesanteur de la lune, est comme la somme ou la différence de la moitié du rayon de l'orbite lunaire, et des $\frac{3}{2}$ du cosinus du double de la distance de la lune à la plus proche sizigie.

498. Il suit de là, 1°. que la force LF qui altère la pesanteur de la lune à l'égard de la terre, lui fait éprouver la plus grande diminution dans les sizigies ; car IT est le cosinus du double de la distance de la lune à la sizigie : donc lorsque la lune est dans la sizigie, $IT = 0$: donc LF se confond avec LO. Elle égale la force perturbatrice absolue, qui étant alors directement opposée à la pesanteur de la lune vers la terre, lui fait souffrir la plus grande diminution.

2°. Dans la quadrature, la force LF fait éprouver la plus grande augmentation à la pesanteur de la lune vers la terre ; car dans la quadrature le double de la distance de la lune à la sizigie est 180°, dont le cosinus est TL : donc la formule $LF = \frac{1}{2} TL$

$-\frac{3}{2}$IT devient LF $= \frac{1}{2}$ TL $- \frac{3}{2}$ TL $= -$TL. Il est clair que cette force dirigée vers T, est uniquement employée à augmenter la pesanteur de la lune vers la terre ; mais l'augmentation qu'elle lui fait éprouver, n'est que la moitié de la diminution qu'elle souffre dans la sizigie ou elle égale 2TL.

3°. La force LF est nulle à 54° 44′ de la sizigie ; car LF $=$ o, lorsque $\frac{1}{2}$ TL $= - \frac{3}{2}$ IT, ou divisant par $\frac{3}{2}$, lorsque $\frac{1}{3}$ TL $= -$ IT ; or TL étant le rayon $=$ 1, $-$ IT $= -$ 0,33333 qui est le cosinus d'un angle obtus, puisqu'il est négatif; et cet angle est 109° 28′ double de la distance de la lune à la sizigie lorsque LF $=$ o. Cette distance est donc 54° 44′.

Explication des Phénomènes.

499. 1°. *La lune décrit des aires proportionnelles aux temps dans les quadratures et dans les sizigies, ce qui n'arrive point exactement dans tout autre point de son orbite.* La force perturbatrice tangentielle est nulle dans les sizigies et dans les quadratures : donc dans ces points la vîtesse de la lune ne souffre aucune altération : donc la proportionnalité des aires aux temps n'est pas détruite ; mais dans tout autre point de l'orbite, la force perturbatrice tangentielle augmente ou diminue la vîtesse de la lune, et conséquemment la proportionnalité des aires aux temps est détruite.

500. 2°. *La courbure de l'orbite de la lune est plus grande dans les quadratures que dans les sizigies, toutes choses égales d'ailleurs ;* car la courbure de l'orbite augmente dans le rapport composé de l'in-

tensité de la pesanteur et du temps pendant lequel elle agit ; et ces deux élémens de la courbure sont plus grands dans les quadratures que dans les sizigies : 1°. la pesanteur est plus grande dans les quadratures où elle éprouve une augmentation par l'influence de la force perturbatrice radiale qui la diminue dans les sizigies ;

2°. Elle agit sur chaque point pendant un plus long temps dans les quadratures ; car son action étant continue, le nombre de ses impressions est proportionnel au temps que le mobile séjourne sur chaque point, et le temps est plus long vers les quadratures où la vitesse est moindre, plus court vers les sizigies où la vitesse est plus grande. Le calcul démontre que dans une telle orbite et dans les quadratures la distance de la lune à la terre doit être à sa distance dans les sizigies suivant le rapport de 70 à 69.

La pesanteur tendant à rapprocher la lune de la terre, il semble que la lune devroit être plus loin de la terre dans les sizigies où la pesanteur est moindre, et plus près de la terre dans les quadratures où la pesanteur est plus grande. Mais il faut du temps à la pesanteur pour avoir son effet complet, et c'est parce que cette force tend à rapprocher la lune de la terre, qu'il arrive que s'en approchant continuellement plus en partant de la quadrature, elle s'en trouve plus rapprochée dans la sizigie.

Si la lune eût décrit originairement un cercle autour de la terre, parvenue à la quadrature, sa pesanteur sur la terre, augmentée par l'action du soleil, l'eût fait descendre au dedans de ce cercle par un

arc plus courbe et plus rapproché de la terre. Elle eût ensuite continué de s'en rapprocher davantage, soit en vertu de cette première inflexion, soit en vertu de l'augmentation continuelle de sa pesanteur, qui dure jusqu'à 35° 16′ en deçà de la quadrature. Depuis ce point sa pesanteur eût diminué jusqu'à la conjonction ; mais l'inflexion étant faite vers la quadrature, il eût resté à la lune assez de pesanteur pour entretenir l'aplatissement de l'orbe qui en provient ; et au lieu d'un cercle, la lune eût décrit une ellipse dont le grand axe auroit passé par les quadratures, le petit par les sizigies. L'orbite originaire de la lune, avant que d'être modifiée par l'action du soleil, n'étant point un cercle, mais une ellipse dont la terre occupe un des foyers, les inégalités que nous venons de décrire se réduisent à rendre la courbure de son orbite, et conséquemment sa distance à la terre, plus grandes dans les quadratures, plus petites dans les sizigies, qu'elles ne l'eussent été sans cette action ; de manière que la ligne des apsides se trouvant aux quadratures, sa distance apogée sera la plus grande possible, et sa distance périgée la plus grande de toutes ces distances ; au lieu que la ligne des apsides concourant avec les sizigies, la distance périgée sera la plus petite possible, et la distance apogée sera la moindre de toutes les distances apogées, quoiqu'elle puisse être encore plus grande que la distance de la lune aux quadratures.

501. 3°. Les mêmes principes suffisent pour faire sentir que l'*orbite de la lune doit s'étendre de plus*

en plus, à mesure que la terre approche du soleil; et conséquemment que la lune doit être plus éloignée de nous en hiver qu'en été. Car, quoiqu'en vertu de l'inflexion qui se fait dans l'orbite de la lune vers les quadratures, cette orbite doive s'aplatir vers les sizigies; cependant, parce que la diminution de sa pesanteur aux sizigies est double de l'augmentation qu'elle éprouve aux quadratures, l'aplatissement aux quadratures est moindre, et la lune moins rapprochée de la terre, que si la diminution étoit précisément égale à l'augmentation : d'où il résulte qu'il se fait à chaque révolution une dilatation de l'orbite, due à la quantité dont la diminution de la pesanteur surpasse l'augmentation; or cet excès de diminution de la pesanteur dans les sizigies sur son augmentation dans les quadratures, est plus grand lorsque la terre est plus près du soleil, que lorsqu'elle en est plus éloignée; car, plus la terre approche du soleil, plus la distance de la lune à la terre est comparable dans la conjonction, à la distance de la terre au soleil : donc plus la diminution absolue de la pesanteur de la lune sur la terre est grande ou comparable par rapport à sa pesanteur absolue; et si de cette diminution totale on retranche la moitié pour faire déduction de la quantité dont la pesanteur augmente dans les quadratures, il est clair que le reste qui exprime la diminution effective de la pesanteur de la lune dans une révolution, est plus grand lorsque la terre est périhélie, que lorsqu'elle est aphélie, et que son orbite doit être moins resserrée dans le premier cas que dans le second.

On

On voit par là pourquoi la lune est plus éloignée de nous en hiver qu'en été : la terre avançant continuellement en hiver vers son périhélie, il se fait une dilatation consécutive de l'orbite de la lune, proportionnée à l'augmentation de la diminution de sa pesanteur, au lieu qu'en été la terre étant vers son aphélie, la pesanteur de la lune souffre une moindre diminution en vertu de la plus grande distance du soleil, et son orbe est plus comprimé par le résidu de sa pesanteur vers les sizigies.

502. 4°. Nous avons vu que les carrés des temps périodiques sont comme les cubes des distances moyennes, c'est-à-dire, des demi-grands axes des orbites ; et conséquemment les temps périodiques sont comme les racines carrées des cubes des grands axes : d'où il suit que les temps périodiques sont plus longs quand les orbites sont plus grandes, ce qui arrive en hiver lorsque la terre est périhélie ; plus longs quand les orbites sont plus petites, ce qui arrive en été lorsque la terre est aphélie : donc le temps périodique de la lune doit être plus long en hiver qu'en été ; et comme la contraction ou la dilatation de l'orbite doivent augmenter par degrés à mesure que la lune s'éloigne ou s'approche du soleil, il doit en résulter des inégalités entre les temps de plusieurs révolutions consécutives de la lune, ce qui est conforme à l'observation.

503. 5°. *L'apogée de la lune est animé d'un mouvement direct qui lui fait faire une révolution entière selon l'ordre des signes dans l'espace d'environ neuf ans.* Si l'action du soleil ne troubloit point le mou-

vement de la lune autour de la terre, ce satellite tendant vers le centre de la terre, en vertu d'une force soumise à la loi inverse des carrés des distances, seroit toujours à une égale distance de cette planète dans les points de son orbite qui répondroient au même point du ciel, et la courbe qu'il décriroit seroit une ellipse immobile. Mais l'action du soleil diminue la pesanteur de la lune dans les sizigies, et l'augmente dans les quadratures : donc la ligne des apsides de la lune n'est pas immobile ; elle doit être animée, tantôt d'un mouvement direct, tantôt d'un mouvement rétrograde; et parce que la diminution de la pesanteur de la lune, dans les sizigies, est double de l'augmentation dans les quadratures, et qu'elle s'étend à 54° 44′ de part et d'autre des sizigies, tandis que l'augmentation ne s'étend qu'à 35° 16′ de part et d'autre des quadratures, la cause qui fait avancer l'apogée l'emporte de beaucoup sur celle qui le fait rétrograder : il n'est donc point étonnant qu'il paroisse faire une entière révolution suivant l'ordre des signes dans l'espace d'environ neuf ans.

504. 6°. *L'excentricité de l'orbite de la lune augmente dans les sizigies, diminue dans les quadratures.* Pour peu qu'on réfléchisse sur ce que nous avons déjà dit, il est clair que la même cause qui donne naissance au mouvement de l'apogée de la lune, doit faire varier son excentricité : elle seroit constante si le soleil n'exerçoit aucune action sur la lune ; mais par l'action du soleil, la pesanteur de la lune diminue dans les sizigies, et elle y diminue d'autant

plus que sa distance actuelle de la terre est plus grande, d'autant moins que cette distance est plus petite ; et conséquemment dans les sizigies, elle diminue plus qu'elle n'auroit fait, là où elle est plus petite, moins là où elle est plus grande : donc dans le passage de la lune de son apside supérieure à l'inférieure par la sizigie, sa pesanteur actuelle, aux environs de cette apside inférieure, est plus grande par rapport à sa pesanteur aux environs de l'apside supérieure, que dans le rapport inverse des carrés des distances : d'où il résulte que son mouvement est plus infléchi vers le centre, que si la terre agissoit seule sur ce satellite, ce qui augmente l'excentricité.

Lorsque la lune montant de son apside inférieure passe par la quadrature, sa pesanteur est augmentée, et elle l'est d'autant plus, que sa distance à la terre est plus grande à cette quadrature ; c'est-à-dire, qu'elle augmente là où naturellement elle est plus petite : donc elle y diminue moins qu'elle ne devroit ; et conséquemment le mouvement de la lune est rendu plus circulaire, ce qui diminue son excentricité. Mais parce que la force qui augmente l'excentricité dans les sizigies est plus grande que celle qui la diminue dans les quadratures, il faut conclure que l'effet de l'action du soleil doit être, toute compensation faite, d'augmenter à chaque révolution de la lune son excentricité, ce qui est conforme à l'observation.

§ II,

Où l'on combine les effets des forces précédentes avec l'inclinaison de l'orbite de la lune, et où l'on explique le phénomène de la rétrogradation des nœuds, auquel cette combinaison donne naissance.

505. Dans l'article précédent nous avons déterminé les forces qui troublent le mouvement de la lune, en supposant le plan de son orbite couché sur le plan de l'écliptique. Cette supposition n'est point exacte; car le plan de l'orbe lunaire est incliné d'environ 5° 9′ à celui de l'orbe de la terre : donc la force perturbatrice LO se décompose alors en deux forces, l'une LM = OV tirée (fig. 70) perpendiculairement sur le plan de l'orbe de la lune au point où est ce satellite, et que nous appelons *force déturbatrice;* l'autre LV couchée sur ce plan. La ligne LV est toujours très-grande par rapport à LM; d'ailleurs l'angle VLO est toujours très-petit à cause du peu d'inclinaison de l'orbite de la lune; donc on peut prendre LV = LO. Nous avons déterminé dans l'article précédent les effets de la force LO : il nous reste à considérer ceux de la force déturbatrice LM, et son rapport avec l'augmentation ou la diminution de la force centrale de la lune.

506. Pour trouver le rapport de la force LM ou VO avec TL, qui exprime l'augmentation de la force centrale dans la quadrature, soit la ligne des nœuds TP; menons-lui la perpendiculaire VP, et joignons PO. Il est clair que l'angle VPO est égal

à l'inclinaison du plan de l'orbite de la lune sur le plan de l'écliptique : donc on a

$$TR \text{ ou } TL : TO :: R : 3\sin LTR.$$

On a aussi

$$TO : OP :: R : \sin OTP.$$

On a enfin

$$OP : OV \text{ ou } LM :: R : \sin OPV.$$

Multipliant terme à terme et divisant la première raison par $TO \times OP$, on a

$$TL : TM :: R^3 : 3\sin LTR \times \sin OTP \times \sin OPV;$$

et conséquemment *l'augmentation de la pesanteur de la lune à la quadrature, est à la force déturbatrice, c'est-à-dire à la force perpendiculaire sur le plan de l'orbe de la lune, pour en troubler l'inclinaison, comme le cube du rayon, est au triple sinus de la distance de la lune à la quadrature, multiplié par le sinus de la distance du nœud à la sizigie, et par le sinus de l'inclinaison de l'orbite de la lune.*

507. Il suit de là, I°. que la force déturbatrice est nulle dans trois cas; 1°. lorsque la lune n'a point de latitude, 2°. lorsqu'elle est en quadrature; enfin quand la ligne des nœuds concourt avec celle des sizigies. Car dans ces trois cas, un des produisans étant nul, le produit total devient nul.

II°. La force déturbatrice est la plus grande possible, quand la lune étant dans les sizigies, elle se trouve en même temps dans ses limites; car alors les trois sinus sont les plus grands possibles.

III°. La force déturbatrice est en général d'autant

plus grande, que la lune ayant une plus grande latitude, se trouve plus près de la sizigie.

508. La force déturbatrice LM donne sans cesse à la lune une tendance vers le plan de l'écliptique auquel aboutissent les deux forces TL, OL; et conséquemment la force déturbatrice tend non-seulement à faire varier l'inclinaison de l'orbite de la lune sur le plan de l'écliptique, mais aussi à faire que la lune arrive au plan de l'écliptique, et le traverse plutôt qu'elle n'auroit fait sans l'impulsion de cette force : d'où il résulte que suivant que cette force devient plus grande, plus petite, ou nulle, l'inclinaison de l'orbite de la lune diminue, augmente, ou est la plus grande, et le nœud vers lequel la lune s'avance s'en approche plus ou moins, ou point du tout.

509. Pour rendre ces vérités plus sensibles, soit la lune en L, dans le passage de la conjonction à la première quadrature en R : dans cette position la lune tend vers M en vertu de la force déturbatrice; d'ailleurs elle tend vers N en vertu du mouvement propre qui l'anime suivant l'ordre des signes : donc elle doit prendre la direction L*n* de la diagonale du parallélogramme construit sur les deux droites qui expriment le rapport et la direction de ces deux tendances. D'où il résulte que l'orbite de la lune doit prendre la position L*n*, de manière que le nœud *n* se trouve rapproché de N en *n* contre la suite des signes, et l'inclinaison de cette orbite, où l'angle L*n*D doit devenir plus grand. La même chose arrive dans le passage de l'opposition à la seconde quadra-

ture : donc en général, dans le passage d'une sizigie à la quadrature suivante, le nœud de la lune est animé d'un mouvement rétrograde, et l'inclinaison de son orbite augmente.

510. Supposons à présent la lune en *l* dans son passage de la seconde quadrature à la cônjonction. Soit *lm* la direction de la force qui tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique. Il est évident que cette force se combinant avec le mouvement propre de la lune suivant l'ordre des signes, elle doit se mouvoir dans la direction moyenne *l*Q, et son orbite D*l*C doit prendre la situation *dl*Q; ce qui fait que l'angle *ldm* qui mesure l'inclinaison, devient plus petit que l'angle *l*D*m*, et que le nœud va de D en *d* contre l'ordre des signes : donc dans le passage d'une quadrature à la sizigie suivante, le nœud de la lune a une marche rétrograde, et l'inclinaison de l'orbite diminue.

511. Donc en général le nœud de la lune ne marche jamais suivant l'ordre des signes; il n'est stationnaire que lorsque la lune est en quadrature, ou qu'elle n'a point de latitude. Dans tous les autres cas sa marche rétrograde est d'autant plus rapide, que la lune se trouve plus près de la sizigie, et qu'elle a une plus grande latitude. Newton, calculant l'effet de la force déturbatrice, a trouvé que les nœuds doivent rétrograder d'environ 19° 18′ 1″; et sur ce point, comme sur tous les autres, la théorie est d'accord avec l'observation.

512. Quant à l'inclinaison de l'orbite de la lune, il est aisé de voir qu'elle change quatre fois à chaque

révolution. Deux fois elle augmente, et deux fois elle diminue; elle est à son *maximum* lorsque la ligne des nœuds concourt avec celle des quadratures; à son *minimum*, si la ligne des nœuds se confond avec celle des sizigies.

CHAPITRE VI,

Où l'on explique les phénomènes de la précession des équinoxes et de la nutation de l'axe de la terre.

513. Si la terre avoit une forme parfaitement sphérique, l'attraction que le soleil et la lune exercent sur cette planète, influeroit exclusivement sur le mouvement de son centre, et ne produiroit aucun changement dans la position de son axe. Mais comme elle a la figure d'un sphéroïde dont le petit axe passe par les pôles, si l'on conçoit dans ce sphéroïde une sphère inscrite, qui ait pour axe le petit axe du sphéroïde, la terre sera formée de ce noyau sphérique, et de plus, d'une couche enveloppant ce noyau, qui va en croissant d'épaisseur des pôles vers l'équateur. L'attraction du soleil et de la lune sur le noyau sphérique terrestre n'influe que sur le mouvement de son centre. Mais leur action sur la couche qui enveloppe le noyau change la position du plan de l'équateur à l'écliptique.

514. Pour rendre ce changement plus sensible considérons un point de cette couche placé, à l'é-

quateur, comme une petite lune attachée à la terre, et qui fait sa révolution dans l'espace d'un jour. D'après ce que nous avons dit dans le chapitre précédent sur la rétrogradation des nœuds de l'orbite lunaire, il est clair que les nœuds de l'orbite du point de cette couche, pris à l'équateur, qui est l'équateur lui-même, tendent, en vertu de l'attraction du soleil, à rétrograder sur l'écliptique; et comme la ligne qui joint ces nœuds est la ligne même des équinoxes, il s'ensuit que l'attraction du soleil sur le point de la couche qui enveloppe le noyau sphérique de la terre tend à faire rétrograder la ligne des équinoxes; pour des raisons semblables, les autres points de cette couche tendent à faire rétrograder les équinoxes avec quelques modifications commandées par leur plus ou moins grande distance de l'équateur; et ces diverses tendances combinées donnent naissance à cette tendance moyenne qui forme la partie de la précession des équinoxes, que fait naître l'attraction solaire, sans néanmoins altérer sensiblement l'inclinaison du plan de l'équateur avec le plan de l'écliptique.

515. La lune agit aussi sur la couche qui enveloppe le noyau sphérique de la terre, et tend conséquemment à faire rétrograder sur le plan de l'orbe lunaire, l'intersection de ce plan avec celui de l'équateur, sans changer sensiblement l'inclinaison de ces deux plans : d'où il résulte que cette intersection seroit la ligne même des équinoxes, si le plan de l'orbite lunaire se confondoit avec le plan de l'écliptique, et alors la rétrogradation produite par

l'attraction de la lune s'ajouteroit avec la rétrogradation que l'action du soleil fait naître ; mais le plan de l'orbite lunaire est un peu incliné au plan de l'écliptique : donc le mouvement rétrograde imprimé par l'attraction lunaire à l'intersection de l'équateur avec cette orbite, doit en même temps qu'il fait rétrograder la ligne des équinoxes, produire un léger changement dans l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique ; et conséquemment donner naissance au phénomène de la nutation de l'axe de la terre.

CHAPITRE VII.

Du flux et reflux.

516. Des oscillations régulières et périodiques qu'on observe dans les eaux de la mer, s'appellent *flux* et *reflux*, ou *marée*.

517. Les eaux de la mer jouissent d'une mobilité qui les fait céder facilement aux plus légères impressions; l'Océan est ouvert de toutes parts, et les grandes mers communiquent entr'elles; ces circonstances contribuent à la production des marées, qui ont principalement pour cause l'action combinée du soleil et de la lune.

Considérons d'abord la seule action de la lune sur la mer, et supposons cet astre dans le plan de l'équateur; il est évident que si la lune imprimoit des forces égales et parallèles au centre de gravité

de la terre, et à toutes les molécules de la mer; le système entier du sphéroïde terrestre et des eaux qui le recouvrent seroit animé d'un mouvement commun, et l'équilibre des eaux ne souffriroit aucune atteinte : cet équilibre n'est donc troublé que par la différence de ces forces et par l'inégalité de leurs directions. La lune exerce sur les molécules de la mer qui sont en quadrature avec elle une action oblique, qui conséquemment se décompose : elle augmente ainsi leur pesanteur vers la terre, tandis qu'elle diminue la pesanteur des molécules qui lui répondent directement. Il faut donc, pour qu'il y ait équilibre dans toutes les molécules de la mer, que les eaux s'élèvent sous la lune, afin que l'excès de pesanteur des molécules en quadrature soit compensé par la plus grande hauteur des molécules placées au-dessous de la lune. Les molécules de la mer situées dans le point correspondant de l'hémisphère opposé, moins attirées par la lune que le centre de la terre, à cause de leur plus grande distance, se porteront moins vers cet astre que le centre de la terre. Celui-ci tendra donc à tout instant à s'écarter de ces molécules, qui seront dès-lors à une plus grande distance de ce centre, et qui seront encore soutenues à cette hauteur par l'augmentation de pesanteur des colonnes placées en quadrature, qui communiquent avec elles.

518. Il suit de là, 1°. que par l'action de la lune il se formera sur la terre deux promontoires d'eau, l'un du côté de la lune, l'autre du côté opposé; ce qui donnera à la mer la figure d'un sphéroïde alongé,

dont le grand axe passera par les centres de la lune et de la terre ; 2°. que la marée sera haute sous la lune, et basse à 90 degrés de cet astre.

519. Le grand axe du sphéroïde formé par la lune suivroit exactement le mouvement de cet astre, et il n'y auroit dans chaque lieu que deux élévations des eaux par mois, si la terre n'avoit pas un mouvement de rotation. En vertu de ce mouvement, elle présente à la lune, dans l'espace de vingt-quatre heures, tous ses méridiens, qui sont conséquemment tour-à-tour et dans un intervalle de six heures, tantôt sous la lune, tantôt à une distance de 90 degrés de cet astre : d'où il résulte que dans le temps qui s'écoule entre le départ de la lune d'un méridien, et son retour suivant au même méridien, c'est-à-dire, dans l'espace d'un jour lunaire qui surpasse le jour solaire d'environ 50 minutes, les eaux de la mer s'éleveront deux fois, s'abaisseront deux fois dans tous les lieux de la terre.

La terre tournant sur son axe, et emportant avec elle à l'orient de la lune les molécules d'eau les plus élevées, elles continueront de s'élever encore par l'action de la lune ; et quoique cette action moins directe diminue à chaque instant, elle subsiste et contribue à leur élévation, qui conséquemment ne peut avoir atteint son *maximum* au moment même où la lune passe par le méridien, mais à peu près trois heures après ce passage. Une seconde cause tend à produire le même effet. Les eaux placées en quadrature à l'occident de la lune, et portées vers la conjonction avec cet astre par le mouvement de

rotation de la terre, seront continuellement accélérées dans ce quart de leur jour, se mouvront après la sizigie avec cette somme d'accélérations; et rencontrant alors des molécules continuellement plus retardées que la terre, il se formera deux courans contraires qui placeront la plus grande élévation à 45 degrés après la sizigie. Pour des raisons semblables, la plus grande dépression des eaux n'arrivera pas à la quadrature, mais à 45 degrés de ce point, et trois heures après.

520. Considérons à présent l'action du soleil que nous supposons aussi dans le plan de l'équateur : il est évident qu'elle doit exciter dans l'Océan une agitation semblable à celle qui résulte de l'action de la lune, de manière que les eaux s'élèvent deux fois et s'abaissent deux fois chaque jour solaire. Mais à cause de l'immense distance du soleil, cette agitation est beaucoup plus petite que celle qui résulte de l'action de la lune, quoiqu'elle soit soumise aux mêmes lois.

521. On confond les oscillations des eaux, qui dépendent de l'action du soleil avec celles qui ont pour cause l'action de la lune. L'action du soleil change seulement le flux et reflux lunaire de la mer, et cela arrive tous les jours à cause de l'inégalité du jour solaire et du jour lunaire.

522. Dans les sizigies, l'action de la lune concourt avec celle du soleil pour élever les eaux. Dans les quadratures, les eaux de la mer sont abaissées par l'action du soleil, au point ou elles sont élevées par l'action de la lune, et réciproquement : d'où il

résulte que les plus grandes marées doivent arriver aux nouvelles et pleines lunes ; les plus petites au premier et au second quartier de la lune. Cependant la plus haute marée n'arrive pas et ne doit pas arriver précisément le jour de la nouvelle ou pleine lune, mais seulement deux ou trois jours après, parce que le mouvement acquis n'est pas subitement détruit ; et ce mouvement augmente l'élévation des eaux, quoique l'action instantanée du soleil soit réellement diminuée.

523. Nous avons supposé jusqu'ici la lune et le soleil situés dans le plan de l'équateur: faisons varier à présent leurs déclinaisons, nous verrons varier dans un rapport inverse l'élévation des eaux que fait naître l'action combinée de ces astres. Concevons en effet la lune et le soleil placés aux pôles, alors l'axe du sphéroïde coïncide avec l'axe de la terre; toutes les sections parallèles à l'équateur sont perpendiculaires à l'axe du sphéroïde, et conséquemment circulaires ; de sorte que l'eau, sous chaque cercle de latitude, a partout la même élévation qui, par le mouvement de la terre, ne change pas en certains lieux. Si le soleil et la lune s'éloignent du pôle, il est aisé de voir que l'élévation des eaux augmente de plus en plus jusqu'à ce qu'elle ait atteint son *maximum*, le sphéroïde ayant fait sa révolution autour d'une ligne perpendiculaire à son axe, supposant l'axe du sphéroïde dans le plan de l'équateur. On voit par là pourquoi dans les sizigies près des équinoxes, on observe les plus grandes marées. Le soleil et la lune étant dans l'équateur ou

près de l'équateur, la lune et le soleil exercent sur les eaux de la mer une action d'autant plus grande, que leur distance à la terre est plus petite ; c'est pourquoi le soleil étant moins éloigné de la terre, lorsqu'il parcourt les signes méridionaux, on observe souvent deux grandes marées équinoxiales dans cette position du soleil, c'est-à-dire, avant l'équinoxe du printemps et après l'équinoxe d'automne. Cela n'arrive pourtant pas tous les ans, parce qu'il peut y avoir quelque variation produite par la situation de l'orbite de la lune et par la distance de la sizigie à l'équinoxe.

524. Ces lois du flux et reflux seroient parfaitement d'accord avec les phénomènes, si les eaux de la mer recouvroient toute la surface de la terre. Cela n'est pas ; et il en résulte des anomalies, non en pleine mer, parce que l'Océan a assez d'étendue pour éprouver les oscillations dont nous avons parlé ; mais la situation des rivages, les détroits, et beaucoup d'autres circonstances qui dépendent de la position particulière des lieux, portent quelque atteinte aux règles générales. Des observations exactes et multipliées ne nous permettent pourtant pas de douter que le flux et reflux est soumis aux lois que nous venons d'exposer.

LIVRE III.

TROISIÈME PARTIE.

De l'Attraction considérée dans les corps terrestres, ou de la Pesanteur.

CHAPITRE PREMIER.

Des lois de la pesanteur.

525. Nous avons déjà défini la pesanteur et apprécié la différence qui existe entre la pesanteur et le poids d'un corps, n° 339.

L'attraction appartient à toutes les molécules de matière, n° 474. Tous les corps terrestres, soit solides, soit fluides, jouissent donc de la pesanteur; et l'opinion d'Aristote, qui attribuoit à la flamme et à la fumée que répandent les corps en ignition, un principe de légéreté, est une erreur qui va se briser d'elle-même contre le double témoignage de la raison et de l'expérience.

526. La pesanteur n'est pas proportionnelle à la masse.

Expérience. On adapte à la platine de la machine pneumatique, un cylindre de verre d'environ 1623

1623 millimètres (5 pieds) de hauteur sur 54 millimètres (2 pouces) de diamètre, dans lequel on a renfermé une pièce d'or, un morceau de liége, un flocon de laine, etc. Après en avoir pompé l'air, on enlève le cylindre, on le renverse, et on voit tous les corps, de différente pesanteur spécifique, arriver ensemble à son extrémité.

Si l'on introduit de l'air dans le cylindre, et que l'on recommence l'expérience, on observe dans la chute de ces corps une différence qui a pour cause la résistance de l'air. Pour apprécier cette résistance, supposons que deux globes de même diamètre, et dont les masses sont dans le rapport de 100 à 10, tombent de la même hauteur : la vîtesse initiale est ici évidemment la même ; et conséquemment les forces qui animent les deux globes sont au commencement de la chute dans le rapport de 100 à 10. Si la résistance de l'air, qui est égale pour les deux globes, n° 324, est telle qu'elle détruise dans chacun d'eux une force comme 5, lorsqu'ils auront parcouru 9 décimètres (environ 3 pieds) avec la même vîtesse, il restera à la masse comme 100,95 de force, tandis que la masse comme 10 n'en conservera que 5; et conséquemment la masse comme 100 n'aura perdu que la vingtième partie de sa force, tandis que la masse comme 10 en aura perdu la moitié. Si cela arrive une seconde fois de la même manière, toute la force de la masse comme 10 sera détruite, et la masse comme 100 conservera encore dix-huit vingtièmes de sa force primitive : il faut donc que la masse comme 100 continue à se mouvoir à travers

le fluide atmosphérique avec plus de vîtesse que la masse comme 10, et conséquemment qu'elle atteigne plutôt la surface de la terre.

527. La pesanteur est soumise à la loi générale d'attraction qui maîtrise tous les corps de la nature. Cette loi se modifie cependant dans cette circonstance. A la surface de la terre, les corps ne tombent que de hauteurs médiocres; la différence de leurs distances au centre de la terre, dans les différens points de leur chute, est pour ainsi dire insensible, et à plus forte raison la différence entre les carrés de ces mêmes distances : d'où il résulte qu'on peut regarder la pesanteur qui anime les corps terrestres comme une force accélératrice constante pendant tout le temps qu'ils emploient à tomber; de sorte qu'ils observent dans leur chute les lois du mouvement uniformément accéléré. Il suit de là,

1°. Que les corps qui tombent librement sur la surface de la terre parcourent des espaces qui, à compter du commencement de la chute, sont entr'eux comme les carrés des vîtesses acquises en tombant, ou comme les carrés des temps employés à tomber, n° 58.

2°. En supposant le temps de la chute divisé en instans égaux, les espaces parcourus dans le premier, le second, le troisième instant, etc., sont entr'eux comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, etc., n° 59.

3°. Un corps qui tombe librement a acquis à la fin de sa chute une vîtesse suffisante pour lui faire parcourir d'un mouvement uniforme, dans un temps

égal à celui de la chute, un espace double de celui qu'il a parcouru, n° 59.

4°. Un corps qui tombe librement a, à la fin de sa chute, une vîtesse suffisante pour le faire remonter d'un mouvement uniformément retardé, à la hauteur d'où il est descendu, n° 62.

Ces lois de la chute des corps se confirment par l'expérience. Celles qui ont été faites relativement à cet objet, attestent qu'un corps tombant librement proche de la surface de la terre, parcourt dans la première seconde de sa chute 4,87 mèt. (15 pieds), dans la deuxième seconde 14,617 mèt. (45 pieds), dans la troisième seconde 24,363 mèt. (75 pieds), etc.

CHAPITRE II.

De la descente des corps sur un plan incliné.

528. La force avec laquelle un corps tend à descendre sur un plan incliné provient de la pesanteur, ou plutôt elle n'est que la pesanteur même, diminuée par la résistance du plan incliné. Pour apprécier cette diminution, soit M (fig. 71) le point où la ligne de direction d'un corps placé sur le plan incliné AB, rencontre ce plan ; et représentons par α l'angle PMp que forme la direction de la pesanteur avec le plan AB. La force P peut se décomposer en deux forces p, p' dont l'une p' perpendiculaire au plan sera détruite, et l'autre p sera effective pour

le faire descendre le long du plan ; l'expression de cette dernière force, tirée du triangle Pp M est

$$p = \text{P} \cos\alpha = \text{P}.\frac{\text{AC}}{\text{AB}};$$

donc la force effective p est dans un rapport constant avec la force absolue sur le même plan. Or, pendant la chute d'un corps sur un plan incliné, la force absolue renouvelle à chaque instant son action ; donc elle produit à chaque instant une force effective égale à P cos α : d'où il résulte qu'un corps, descendant sur un plan incliné, se meut d'un mouvement uniformément accéléré ; que les vîtesses acquises sont comme les temps, et ceux-ci sont comme la suite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, 5, etc. ; 3°. que les espaces parcourus depuis le commencement de la descente, sont comme 1, 4, 9, 16, etc., et les espaces parcourus entre chaque intervalle de temps, comme 1, 3, 5, 7, etc. ; enfin, que l'espace parcouru depuis A jusqu'en M ou en B n'est que la moitié de celui que le corps parcourroit dans le même temps d'un mouvement uniforme avec la vîtesse acquise en M ou en B.

529. Les vîtesses de deux corps, dont l'un roule sur le plan incliné AB (fig. 71), et l'autre tombe librement le long de AC, si leur chute commence en même temps, ont à chaque instant le même rapport entr'elles, puisqu'elles sont comme AC est à AB ; donc les corps parcourent dans le même temps des espaces qui sont entr'eux comme AC est à AB ; et conséquemment les vîtesses acquises en descen-

dant par ces espaces, ont ce même rapport entr'elles.

Si du point C (fig. 71) on mène sur AB la perpendiculaire CK; AK, partie supérieure du plan incliné, représente l'espace parcouru par le corps M, dans le même temps qu'il emploieroit à tomber librement de A en C; car alors AK : AC :: AC : AB.

530. Un corps emploie à descendre le long d'une corde quelconque AK d'un cercle (fig. 72), le même temps qu'il emploieroit à tomber librement le long de son diamètre AB; car en menant KB, l'angle AKB devient droit : la corde AK représente la partie supérieure d'un plan incliné, et le diamètre AB représente le plan vertical. Ainsi, les temps de la descente le long de toutes les cordes d'un même cercle sont égaux entr'eux; et si A est un point de contact commun à plusieurs cercles, des corps qui descendroient en même temps le long des cordes AK, AD, AB, AE, parcourroient en temps égaux les parties *k*K, *d*D, *b*B, *e*E.

531. Le temps que le corps M (fig. 71), emploie à descendre de A en B, est au temps qu'il emploieroit à tomber de A en C, comme AB est à AC; car les espaces parcourus d'un mouvement uniformément accéléré, sont comme les carrés des temps : donc le carré du temps de la descente par AB est au carré du temps de la descente par AK, comme AB est à AK; or, AB : AC :: AC : AK : donc AB^2 : AC^2 :: AB : AK : donc le carré du temps de la descente par AB est au carré du temps de la descente par AK, comme AB^2 : AC^2 : donc le temps de la

descente par AB est au temps de la descente par AK, ou au temps de la descente par AC, comme AB est à AC.

532. Les temps de la descente sur autant de plans inclinés de même hauteur qu'on voudra, sont entr'eux comme les longueurs de ces plans ; car le temps de la descente sur AB (fig. 71), est au temps de la chute libre le long de AC, comme AB est à AC : pareillement le temps de la descente sur AD est au temps de la chute libre le long de AC, comme AD : AC : donc le temps de la descente sur AB est au temps de la descente sur AD, comme AB est à AD.

La vîtesse acquise à la fin de la descente sur un plan incliné AB (fig. 71), d'une hauteur déterminée, est égale à celle qui est acquise en C par la chute libre d'un corps ; car après des temps égaux, lorsque les corps sont en C et en K, les vîtesses sont en même raison qu'au commencement de la chute, en sorte qu'on a : la vîtesse en C est à la vîtesse en K comme AB : AC. Quand le corps descend de K à B, la vîtesse augmente comme le temps ; et conséquemment la vîtesse en K est à la vîtesse en B, comme $\sqrt{AK}$ est à $\sqrt{AB}$. Multipliant ces deux proportions, et effaçant la vîtesse en K, qui est un facteur commun aux deux termes du premier rapport, on a : la vîtesse en C est à la vîtesse en B comme $AB\sqrt{AK}$ est à $AC\sqrt{AB}$. Mais les deux termes du dernier rapport étant divisés par $\sqrt{AB}$, il se réduit à $\sqrt{AB \times AK}$: AC. D'ailleurs......

$AC^2 = AB \times AK$: donc

$$AC = \sqrt{AB \times AK};$$

et conséquemment la vitesse en B égale la vitesse en C.

Puisqu'un corps acquiert la même vitesse en descendant d'une hauteur déterminée, soit qu'il tombe librement, soit qu'il descende sur des plans inclinés, la vitesse sera toujours la même, si la hauteur est égale, lorsque le corps roulera sur des plans différemment inclinés, ou même sur une courbe qu'on peut regarder comme composée d'un nombre infini de plans différemment inclinés.

533. Il faut remarquer que le passage d'un plan sur un autre doit se faire sans secousse, qui altèreroit la vitesse du corps : on évite cet inconvénient, si l'on joint les différens plans par des courbes.

534. Il suit de ce que nous avons dit, 1°. qu'un corps, avec la même vitesse qu'il a acquise en tombant par une surface quelconque, soit plane, soit courbe, peut monter à la même hauteur par une autre surface semblable. Il est clair que le corps emploie à monter un temps égal à celui de la descente; car la vitesse se détruit en montant, comme elle s'acquiert en descendant.

2°. Un corps, avec la vitesse acquise en tombant d'une certaine hauteur, peut monter à cette même hauteur par une courbe quelconque.

535. Les temps de la descente libre d'un corps le long de deux figures semblables, également in-

clinées à l'horizon, sont entr'eux comme les racines carrées des dimensions homologues de ces figures.

Soient deux figures semblables et semblablement inclinées. Tous les plans homologues de ces figures sont parcourus d'un mouvement uniformément accéléré : donc les espaces parcourus, ou les plans homologues, sont comme les carrés des temps, et par conséquent les temps de la descente sur les plans de la première figure sont proportionnels aux temps de la descente sur les plans de la deuxième figure ; prenant la somme des antécédens et des conséquens, on aura : le temps total de la descente sur la première figure, est au temps total de la descente sur la deuxième, comme le temps de la descente sur un des plans de la première figure, est au temps de la descente sur le plan homologue de la seconde, c'est-à-dire, comme les racines carrées des longueurs de ces plans.

CHAPITRE III.

Du mouvement des pendules.

536. Un poids suspendu par un fil sans pesanteur, et mobile avec le fil autour d'un point fixe, se nomme *pendule* simple : on l'appelle *composé* lorsque plusieurs poids sont attachés à un fil sans pesanteur. Tous les pendules qui servent à nos usages sont des pendules composés, puisqu'on

emploie pour les construire des verges métalliques qui pèsent par plusieurs points.

537. Le point fixe est appelé *centre de mouvement*, ou *centre de suspension*.

538. Un mouvement alternatif d'aller et de retour autour du centre de suspension se nomme *vibration* ou *oscillation* du pendule. Les vibrations sont dites *isochrones*, lorsqu'elles se font dans le même temps.

539. On appelle *centre d'oscillation* dans le pendule composé, le point dans lequel, si les poids étoient réunis, les vibrations seroient de même durée que celles du pendule composé.

Dans tout ce que nous avons à dire du pendule, nous supposons que le mouvement autour du centre de suspension est très-libre, et que l'air n'oppose aucune résistance.

540. Soit le pendule CP (fig. 73) placé dans une situation verticale : il doit rester en repos, parce que l'immobilité du point de suspension oppose à l'effort de la pesanteur une résistance invincible. Mais si, par une impulsion quelconque, le pendule est porté en N, et abandonné ensuite à lui-même, il est aisé de calculer les effets qui suivent cet abandon. Que la force attractive qui pousse à chaque instant le corps par des impulsions égales vers le centre de la terre soit exprimée par NG; cette force étant oblique à la direction du pendule, se décompose en deux, FN et NH. Cette dernière est entièrement détruite par la résistance du point de suspension : le pendule doit donc se mouvoir vers le

point P en vertu de la force NF; et comme la force attractive est constante, le pendule reçoit à chaque instant, pendant le temps de la descente, un accroissement de vîtesse, mais moindre que le précédent; car l'angle GNH formé par la direction du pendule et par la direction de la force absolue, diminue à mesure que le pendule approche du point P: donc GH ou FN diminue aussi: d'où il résulte que les accroissemens de vîtesse que reçoit le pendule en descendant, sont d'autant plus petits, qu'il approche de plus près du point P, et conséquemment, que le pendule se meut du point N au point P d'un mouvement inégalement accéléré. Lorsque le pendule est parvenu au point P, FN devient o; cependant le pendule doit se mouvoir en vertu de la vîtesse acquise que son inertie lui conserve: d'ailleurs cette vîtesse est suffisante pour le faire monter à la hauteur d'où il est descendu: le pendule doit donc décrire, d'un mouvement inégalement retardé, un arc semblable à celui qu'il a parcouru en descendant.

541. Si un pendule CP (fig. 74) suspendu en C, descend par la corde PB, et remonte par la corde BG, la descente se fera dans le temps pendant lequel le corps, en tombant verticalement, peut parcourir le diamètre AB, c'est-à-dire une longueur double de la longueur du pendule. Dans un temps égal il montera par la corde BG: donc dans le temps d'une vibration entière, qui est le double du temps de la descente, le corps en tombant verticalement peut parcourir quatre dia-

mètres, c'est-à-dire une longueur octuple de celle du pendule.

542. Si deux pendules de diverse longueur décrivent des arcs de cercle égaux, les temps de leurs vibrations seront comme les racines carrées des longueurs. Car les temps dans lesquels un corps parcourt deux figures semblables et également inclinées, sont comme les racines carrées des dimensions homologues de ces figures, n° 535. Donc les temps employés par deux pendules à décrire des arcs de cercle égaux, sont comme les racines carrées des rayons des cercles auxquels ces arcs appartiennent, et conséquemment comme les racines carrées des longueurs des pendules.

543. La chaleur dilate et le froid condense; les pendules sont donc plus courts en hiver qu'en été, et conséquemment ils ne peuvent mesurer des temps égaux pendant le cours d'une année. *Graham*, fameux horloger de Londres, a tâché le premier de remédier à cet inconvénient, en attachant à la partie inférieure du pendule un tuyau de verre renfermant du mercure. La chaleur de l'été dilate ce fluide, qui s'élève, et raccourcit en quelque sorte le pendule que la chaleur avoit rendu plus long; de sorte que le centre d'oscillation reste à la même distance du centre de suspension. En hiver, le mercure descend au fond du tuyau, et fait, quoique le pendule se raccourcisse, que le centre d'oscillation reste encore à la même distance du centre de mouvement.

Julien Leroy à Paris, et *Ellicor* à Londres, ont

employé avec succès un moyen plus commode pour parvenir au même but. La verge d'acier *cb*, qui porte le poids *o* appelé *lentille*, est composée de deux pièces séparées *ca* et *ab* (fig. 75). La pièce supérieure *ca* est fixée à un châssis formé de deux traverses de cuivre jaune *df* et *eg*, et de deux verges d'acier, *de* et *fg*. La pièce inférieure *ab* est attachée, à la faveur d'une goupille, à la petite traverse de cuivre *kh*, et glisse librement dans un trou pratiqué à la traverse inférieure *eg* : *kl* et *hi* sont deux verges de cuivre jaune fixées à demeure sur la traverse inférieure *eg*, et dont les extrémités supérieures s'appliquent dessous la traverse *kh*. Lorsque l'action de la chaleur dilate ce système de corps, la verge *cab* du pendule s'alonge, et la lentille *o* s'écarte du centre de suspension *c*; mais en même temps la même action de la chaleur alongeant les deux verges de cuivre *kl* et *hi*, plus qu'elle n'alonge les deux verges d'acier, correspondantes *de* et *fg*, l'excès de dilatation du cuivre qui ne peut se porter en bas, fait remonter la traverse *kh* vers la traverse *df*, ce qui fait rapprocher la lentille *o* du centre de suspension *c*. Pour que l'excès de dilatation du cuivre sur celle de l'acier rapproche la lentille du centre de suspension, autant qu'elle s'en écarte par la dilation de l'acier, il faut que la longueur de chaque verge de cuivre soit à la longueur du pendule comme la dilatation de l'acier est à celle du cuivre jaune, c'est-à-dire à très-peu-près dans le rapport de 3 à 5.

544. La vîtesse qu'a acquise un pendule au dernier point de sa chute, est comme la corde de l'arc

qu'il décrit en descendant. Supposons que le pendule décrive l'arc CDB (fig. 76), dont la corde est CB; menons CF perpendiculaire à AB; il est clair que la vitesse que le pendule acquiert en décrivant l'arc CDB, est comme la vitesse qu'un corps acquerroit en tombant librement de F en B, c'est-à-dire comme $\sqrt{FB}$; or $\sqrt{FB}$ est comme CB : car

$$BF : CB :: CB : BG:$$

donc

$$BF \times BG = CB^2;$$

et comme BG est une quantité constante, BF est comme CB^2, et $\sqrt{BF}$ comme CB : donc la vitesse que le pendule a acquise en B, après avoir décrit l'arc CDB, est comme la corde BC de cet arc.

545. Il suit de là, que si du point B on mène des cordes dont les longueurs soient comme 1, 2, 3, etc., et qu'on les inscrive dans le cercle, on coupera de cette manière les arcs B1, B2, B3, etc. d'où le pendule venant à tomber recevra au point B des vitesses qui seront comme 1, 2, 3, etc. On peut ainsi donner à un corps plusieurs degrés de vitesse; et c'est sur ce principe qu'est construite la machine de Mariotte, dont nous nous sommes servis pour établir les lois du choc.

546. Soient deux pendules CP, *cp* (fig. 77), dont les longueurs sont entr'elles comme les forces attractives qui les animent, leurs vibrations seront isochrones. Concevons en effet que les pendules décrivent des arcs semblables; alors les forces qui les animent auront toujours entr'elles le même rapport

dans les points correspondans de ces arcs, et conséquemment elles feront naître des vitesses qui seront comme les longueurs des pendules, c'est-à-dire comme les longueurs des arcs semblables qui seront parcourus dans des temps égaux.

547. Si les pendules CP, *cp* sont ramenés à la même longueur, les temps dans lesquels ils font leurs vibrations sont en raison inverse des racines carrées des pesanteurs qui les animent. Soit $cq = CP$; alors le temps de la vibration de *cq* est à celui de *cp*, comme $\sqrt{cq}$ est à $\sqrt{cp}$; mais le temps de la vibration de *cp* est égal à celui de CP : d'où il résulte que le temps de la vibration de *cq* est à celui de CP, comme $\sqrt{cq}$ est à $\sqrt{cp}$; mais *cq* est à *cp*, comme la force attractive en CP est à la force attractive en *cp* : donc le temps de la vibration de *cq* est à celui de la vibration de CP en raison inverse des racines carrées des pesanteurs qui les animent.

Les lois que nous venons d'établir regardent exclusivement les pendules simples. Pour les appliquer aux pendules composés, on les réduit à de simples pendules en déterminant de la manière suivante le centre d'oscillation.

548. Soit la verge inflexible CA, à laquelle sont attachés les deux poids B, A (fig. 78). Ces poids faisant leurs vibrations autour du point C, se meuvent suivant des directions parallèles entr'elles, et inclinées de la même manière à l'horizon : ils sont donc animés par la même force de pesanteur dans chaque point des espaces qu'ils parcourent; et conséquemment ils recevroient la même vitesse, s'ils n'étoient

attachés à une verge inflexible qui fait que le poids B, moins distant que le poids A du point C, se meut avec plus de lenteur : il reçoit la vîtesse KB, et A, la vîtesse DA : c'est pourquoi il y a entre B et A un point tel que O qui est animé d'une vîtesse égale à celle qu'un pendule simple, ayant une longueur CO, auroit reçue en faisant ses vibrations; car ce pendule doit être plus court que CA, parce que le poids A est accéléré par B; mais il doit être plus long que CB, parce que le poids B est retardé par A. Menons les lignes égales et parallèles GB, FO, EA, et supposons que les corps puissent parcourir ces lignes en vertu de leur pesanteur, dans un instant infiniment petit. Tandis que le point O parcourt la ligne FO, le poids B ne peut parcourir que l'espace KB : c'est pourquoi il est retardé par une puissance égale à $B \times GK$; mais la vîtesse du poids A est augmentée de l'espace DE, étant sollicité par une puissance qui égale $A \times DE$: la force qui retarde le corps B est donc à celle qui accélère le corps A, comme $B \times GK$ est à $A \times DE$; mais ces puissances agissent aux extrémités des léviers CB, CA : leurs actions sont donc comme $CB \times KG \times B$ et $CA \times DE \times A$. D'ailleurs ces actions sont égales : donc

$$CB \times B : CA \times A :: DE : KG;$$

mais à cause des triangles semblables FKG, FED,

$$DE : GK :: EF : FG :: AO : OB;$$

donc

$$CB \times B : CA \times A :: AO : OB;.$$

donc

$$CB \times B \times OB = CA \times A \times AO:$$

d'où il résulte que dans un pendule composé, si on multiplie chaque poids par ses distances du centre de suspension et du centre d'oscillation, on aura des produits égaux de chaque côté du centre d'oscillation.

Cela posé, supposons que des poids A, B, C, D, E soient attachés à la même verge inflexible pour former un pendule composé; que leurs distances au centre de suspension soient a, b, c, d, e; que la distance du centre d'oscillation au centre de suspension soit x. Supposons les distances a, b, $c < x$ et les distances d, $e > x$: les distances des poids A, B, C du centre d'oscillation seront $x - a$ pour A, $x - b$ pour B, $x - c$ pour C; et les distances des autres poids $d - x$ pour D, et $e - x$ pour E. Multipliant chaque poids par sa distance du centre d'oscillation et du centre de suspension, on aura..... $Aax - Aa^2$ pour A, $Bbx - Bb^2$ pour B, $Ccx - Cc^2$ pour C; et $Dd^2 - Ddx$ pour D, $Ee^2 - Eex$ pour E; et comme ces produits doivent être égaux de chaque côté du centre d'oscillation, on aura

$$Aax - Aa^2 + Bbx - Bb^2 + Ccx - Cc^2 = Dd^2 - Ddx + Ee^2 - Eex:$$

donc

$$x = \frac{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + Dd^2 + Ee^2}{Aa + Bb + Cc + Dd + Ee}:$$

c'est-à-dire que dans un pendule composé quelconque,

conque, la distance du centre d'oscillation au centre de suspension égale le quotient d'une division dont le dividende est la somme des produits de chaque poids par le carré de sa distance au centre de suspension; et le diviseur, la somme des produits de chaque poids par sa distance au centre de suspension.

Si le pendule est une verge homogène et partout de la même grosseur, il est aisé d'appliquer la loi que nous venons d'établir, à la détermination du centre d'oscillation. Concevons cette verge divisée en une infinité de parties infiniment petites; exprimons par y la distance d'une de ces parties au centre de suspension; dy représentera cette partie infiniment petite de la verge : donc y^2dy exprimera le produit de ce poids infiniment petit par le carré de sa distance au centre de suspension, et ydy désignera le produit de ce même poids par sa distance au même point. Intégrant chaque produit, et divisant la première intégrale par la seconde, nous aurons la distance du centre d'oscillation au centre de suspension, que nous exprimerons par $x = \frac{\frac{y^3}{3}}{\frac{y^2}{2}} = \frac{2}{3}y$. Et comme cela a lieu pour toute la verge, il s'ensuit que le centre d'oscillation est distant du centre de suspension des deux tiers de la longueur de la verge.

549. Il nous reste à faire quelques applications de ces principes.

1°. Après avoir découvert les lois de la chute des corps, Galilée en conclut l'égalité et l'isochronisme des oscillations du pendule, et en fit l'application à la mesure exacte des temps. Huygens appliqua ensuite le pendule aux horloges à roues ; il calcula quel étoit le nombre le plus avantageux de roues, le nombre de dents de chaque roue et de chaque pignon propre à faire que l'effort d'un poids appliqué au tambour de la grande roue ne poussât le pendule attaché à l'axe de la première roue, que de seconde en seconde de temps; il détermina ensuite, par expérience, quelle longueur devoit avoir un pendule pour faire précisément une oscillation par chaque seconde, et il trouva qu'elle étoit de 993 millimètres (3 pieds 8 lignes et demie). Ces découvertes le conduisirent à construire les horloges à pendule qui mesureroient le temps avec une grande précision, si la résistance de l'air et le frottement de la verge au centre de suspension ne diminuoient la grandeur des arcs décrits par le pendule, et conséquemment le temps employé à les décrire. Cela fait que la somme des oscillations pendant la première heure est moindre que celle de l'heure suivante; et quoique la différence soit très-petite, elle a dû néanmoins fixer l'attention des physiciens.

Quoique le poids appliqué aux horloges à pendule dût, par l'action continuelle de sa pesanteur, empêcher que les oscillations du pendule ne vinssent à se ralentir; comme il arrivoit par différentes circonstances que l'action de la pesanteur n'étoit pas égale, ni le jeu des pièces de l'horloge toujours également

libre; qu'enfin l'étendue des oscillations d'un pendule pouvoit être altérée par plusieurs causes physiques, on s'est occupé de remédier à ces inconvéniens et de rendre parfaitement isochrones toutes les oscillations d'un même pendule, de quelque étendue qu'elles fussent. Huygens y parvint en découvrant qu'un même pendule qui oscilleroit dans une cycloïde (1) y feroit ses oscillations en temps égaux, quelqu'inégaux que fussent d'ailleurs les arcs décrits: il appliqua donc la cycloïde au pendule, avec cette différence qu'au lieu de faire des cycloïdes égales à toute la longueur du pendule, il se contenta de mettre aux deux côtés du point de suspension deux petites lames courbées en arc de cycloïde, parce qu'il suffit que le fil du pendule se ploie sur une partie de chaque cycloïde.

550. Cette heureuse application fut accueillie avec transport. On y a renoncé ensuite, 1°. à cause de la difficulté de courber exactement des lames en arcs cycloïdaux; 2°. parce qu'on a trouvé le moyen de construire des échappemens qui n'éprouvent pas un frottement sensible; 3°. parce que l'expérience a montré que le pendule qui décrit de petits arcs de cercle, les décrit en des temps assez exactement égaux.

551. Le pendule sert à prouver, de la manière

(1) La cycloïde est une courbe formée par la révolution d'un point de la circonférence d'un cercle qui se développe sur une ligne droite. Les recherches relatives à la nature et aux propriétés de cette courbe sont du ressort de la Géométrie.

la plus sûre, que tous les corps acquièrent par la pesanteur la même vitesse dans la chute ; car un corps qui tomberoit avec plus de lenteur qu'un autre, devroit, s'il étoit suspendu comme un pendule, faire plus lentement ses vibrations.

Le pendule offre encore un moyen de conserver les mesures de longueur, telles que le mètre, dans un lieu où l'on aura déterminé exactement celle du pendule ; de manière que si la longueur du pendule étoit partout la même, on auroit par son moyen une mesure universelle ; mais il est démontré, par des expériences aussi exactes que nombreuses, que plus on approche de l'équateur, plus le pendule doit être court pour battre les secondes : d'où on conclut, 1°. que la pesanteur est moindre à l'équateur que sous les pôles, puisque les longueurs des pendules sont comme les attractions qui les animent ; 2°. que la terre n'a pas une figure exactement sphérique, mais qu'elle est aplatie vers les pôles et renflée à l'équateur ; conclusion à laquelle nous a déjà conduit la théorie de la pesanteur dans la recherche de la figure des planètes.

CHAPITRE IV.

Du mouvement de projection.

552. Tout corps lancé parallèlement ou obliquement à l'horizon, est animé par deux forces, dont l'une est la pesanteur, et l'autre la puissance qui lui

donne l'impulsion. La direction de la pesanteur ne change pas, parce que toutes les lignes qui, dans l'espace que le corps traverse, tendent au centre de la terre, peuvent être regardées comme parallèles : d'où il résulte que le mouvement de projection est un mouvement composé de deux mouvemens ; le premier uniforme selon la ligne de projection ; le second accéléré vers le centre de la terre.

553. Soit le corps A (fig. 79) lancé suivant la ligne AH parallèle à l'horizon, et divisée en parties égales AB, BG, GH. Tandis que le corps parcourt la ligne AB, il est porté par l'action de la pesanteur à un mouvement perpendiculaire à l'horizon ; que l'espace qui seroit parcouru en vertu de ce mouvement soit exprimé par la ligne BE perpendiculaire sur AH : alors le corps, animé en même temps par deux forces AB et BE, décrit, dans le premier instant, la diagonale du parallélogramme ABEK. Dans le second instant, le corps continueroit, en vertu de la force qu'il a reçue, de parcourir la ligne BG ou son égale EM ; mais en vertu de la pesanteur, il devroit décrire dans le même temps la ligne ES, triple de BE, n° 59. C'est pourquoi le corps A se mouvra encore sur la diagonale EF du parallélogramme EMSF. Dans le troisième instant, le corps lancé par la puissance devroit parcourir la ligne GH ou son égale FO ; en vertu de la pesanteur, il parcourroit la ligne FR cinq fois plus grande que BE : il doit donc parcourir la diagonale FL du parallélogramme FOLR. On doit concevoir de la même manière le mouvement du corps

A, quelle que puisse être la direction de la ligne AH, supposée oblique à l'horizon.

Toutes ces diagonales AE, EF, FL, jointes ensemble, forment une des sections coniques qu'on nomme *parabole ;* car la ligne BE ou AK est à GF ou AP, comme AB^2 est à AG^2, c'est-à-dire, comme KE^2 est à PF^2, puisque $AK = 1$, puisque $AP = 4$, et que AB^2 est à AG^2, comme 1 est à 4; or, en prenant AN pour l'axe de la courbe, AK, AP en sont les abscisses; et KE, PF les ordonnées correspondantes : donc dans cette courbe les abscisses sont comme les carrés des ordonnées correspondantes, propriété qui caractérise la parabole.

554. Il suit de là que la parabole peut servir à déterminer de quelle manière les corps animés d'un mouvement de projection, devroient se mouvoir dans le vide; et c'est sur cela qu'est fondée toute la science de la balistique, ou l'art de mesurer le jet d'une bombe ou d'un boulet.

555. Veut-on faire parvenir au but C (fig. 80), le corps A animé d'une vitesse égale à celle qu'il acquerroit en tombant de la hauteur DA; voici la manière de déterminer la direction suivant laquelle ce corps doit être lancé? Menez sur l'horizon la perpendiculaire AP quadruple de AD, coupez-la par le milieu en G, où doit passer la ligne HGK parallèle à l'horizon; menez du point A au but C la ligne AC sur laquelle vous abaissez la perpendiculaire AK prolongée jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne HGK; prenant K pour centre, décrivez un cercle avec le rayon AK; menez ensuite sur

l'horizon AB une perpendiculaire qui passe par le but, et qui coupe le cercle en E et en I. Cela posé, si vous jetez le corps suivant la ligne AE ou AI, il passera à travers le but C.

Un corps qui tombe de la hauteur DA d'un mouvement uniformément accéléré, parcourroit, dans le même temps, d'un mouvement uniforme, un espace double de DA, avec la vîtesse acquise à la fin de sa chute, n° 59. De plus, le temps dans lequel un corps qui se meut toujours avec la même vîtesse, parcourt un espace double de DA, est au temps dans lequel il parcourra AE avec la même vîtesse, comme 2DA est à AE; mais le temps dans lequel il passe par AE doit être égal à celui dans lequel il passe par EC pour atteindre le but C. Le carré du temps dans lequel le corps parcourt, en tombant, la longueur DA, est au carré du temps qu'il emploie à parcourir dans sa chute la longueur EC d'un mouvement uniformément accéléré, comme DA est à EC, n° 58 : donc $4DA^2 : AE^2 :: DA : EC$: donc $4DA^2 \times EC = AE^2 \times DA$: donc $4DA \times EC = AE^2$: donc $4DA : AE :: AE : EC$. Or cela est ainsi, car les triangles APE, ACE sont semblables, puisque l'angle CEA = EAP et CAE = APE : donc PA : AE :: AE : EC; mais PA = 4DA : donc, etc.

556. En supposant que le but fût l'horizon même au point B, la ligne AK seroit la même que AG.

557. Si on eût placé le but au point *x* ou au point *y*, il eût fallu lancer le corps A suivant la direction AH. La distance du corps au but étant connue sous le nom d'*amplitude de la parabole*, elle sera la

plus grande possible lorsqu'on voudra toucher un point sur l'horizon même, si la direction AH forme avec l'horizon un angle de 45° : toutes les autres directions qui sont de chaque côté éloignées de H d'un égal nombre de degrés, feront que l'amplitude de la parabole sera moindre, et que le même point de l'horizon sera frappé, soit que l'on jette le corps A suivant l'une ou l'autre de ces directions.

558. Nous avons supposé jusqu'ici les corps mus dans le vide. Newton a recherché de quelle manière ils se mouvroient à travers les fluides qui opposent de la résistance, et il a trouvé qu'ils ne décriroient pas une parabole, mais une autre courbe qui approche fort de l'hyperbole.

LIVRE III.

QUATRIÈME PARTIE,

Qui traite de l'attraction considérée dans les molécules élémentaires des corps.

CHAPITRE PREMIER.

Lois et phénomènes de l'attraction moléculaire.

559. Je nomme attraction moléculaire ou chimique cette force par laquelle les molécules des corps s'attirent réciproquement, se cherchent, pour ainsi dire, et s'unissent plus ou moins étroitement lorsque la distance qui les sépare est insensible. Cette force est connue sous le nom d'affinité. Je préfère de la désigner par celui d'attraction moléculaire ou d'attraction chimique, et cette préférence est fondée sur ce que cette dernière dénomination est simple, qu'elle ne suppose rien, qu'elle exprime seulement ce qui frappe nos sens lorsque cette force est en action, tandis que le mot affinité est consacré depuis l'époque de son origine à désigner, tantôt des rapports moraux, tantôt des êtres métaphysiques, tantôt des liaisons qui avoisinent la parenté.

On a distingué d'abord autant de sortes d'affinités qu'il s'est présenté de phénomènes différens : de là cette division de l'affinité en affinité d'agrégation, affinité de composition, affinité de dissolution, affinité de précipitation, affinité simple, affinité double, affinité d'intermède, affinité disposée, affinité réciproque, affinité hygrométrique, etc., etc.

560. Toutes ces affinités sont une seule et même force considérée sous différens aspects et dans différentes circonstances. Nous les réduirons à trois, dans lesquelles il nous sera aisé de faire rentrer toutes les autres ; l'attraction simple, l'attraction élective et l'attraction complexe.

561. L'attraction simple est celle qui s'exerce entre deux substances simples ou composées, pourvu que dans chacune les principes composans n'agissent que par une force collective.

Si les deux substances sont de la même espèce, on obtient un tout homogène, dont les parties sont enchaînées par la force attractive, qui prend alors le nom de force d'agrégation ou de force de cohésion. Un bloc de marbre, un morceau de soufre, sont formés de molécules homogènes que l'attraction unit plus ou moins étroitement, suivant qu'elle a plus ou moins d'activité et d'énergie.

562. Si les substances dont il s'agit sont de différentes espèces, il en résulte des phénomènes différens suivant le degré d'intensité de l'attraction. Elle éprouve des variations qu'il importe de rendre sensibles par des exemples.

563. Lorsqu'on verse de l'huile sur l'eau, il ne

ne se fait point de mélange ; les deux substances prennent une place marquée par leur pesanteur spécifique.

564. Si l'on jette un morceau de sucre dans l'eau, il est d'abord précipité par l'excès de sa pesanteur spécifique ; mais bientôt il disparoît, et l'eau conserve toute sa transparence : il y a donc ici union uniforme entre les molécules de l'eau et les molécules du sucre ; mais cette union n'est point forte ; car le sucre et l'eau conservent chacun, après leur réunion, une grande partie de leurs propriétés.

565. L'évaporation, c'est-à-dire la dissolution de l'eau par l'air ; et la vaporisation, c'est-à-dire la dissolution de l'eau par le calorique, sont des phénomènes semblables au précédent. C'est toujours l'attraction qui produit l'union des molécules des deux fluides hétérogènes, union foible qui conserve à chacun des fluides ses principales propriétés.

566. Si l'union eût été plus forte, les propriétés des deux substances eussent disparu, comme il est aisé de l'observer lorsqu'on met en contact un alcali et un acide. L'union de ces deux substances, produite par l'attraction chimique, donne naissance à un sel dans lequel on ne reconnoît plus aucune propriété des substances composantes. La dissolution prend alors plus particulièrement le nom de combinaison.

567. L'attraction élective a lieu toutes les fois qu'à un composé de deux substances on présente un corps qui a plus d'attraction pour un des composans, que les deux composans n'en ont ensemble. Dans l'attraction élective il y a toujours trois forces en jeu.

Première expérience. On verse de l'acide sulfurique dans une solution de muriate de baryte : on voit la liqueur se troubler sur-le-champ, et une matière blanche abondante se précipiter au fond du vase.

Que se passe-t-il dans cette expérience ? L'acide muriatique tient à la baryte avec une certaine force établie par la nature : est survenu l'acide sulfurique, à qui la nature a donné une force attractive sur la baryte, plus grande que celle de l'acide muriatique pour cette substance ; soudain la baryte a été arrachée à l'acide muriatique par cette force plus grande qui l'attire vers l'acide sulfurique ; faisant une espèce de choix entre ces deux corps, elle s'est portée sur ce dernier, et il s'est formé un nouveau composé insoluble dans l'eau, qui s'est précipité au fond du vase.

568. L'attraction complexe a lieu toutes les fois qu'un composé de deux substances ne peut être décomposé par une substance seule, mais par cette même substance unie à une autre. On met ici quatre forces en jeu, dont le concours forme une attraction complexe. Pour bien concevoir leur action, il faut les décomposer, et opposer celles qui concourent à rompre les combinaisons existantes à celles qui tendent à leur conservation. Nous donnerons aux premières le nom d'attractions divellentes, et aux dernières celui d'attractions quiescentes.

569. Si les attractions quiescentes l'emportent sur les divellentes, il ne se fait aucun changement dans les combinaisons ; mais si les attractions divellentes

sont plus fortes, les combinaisons existantes sont rompues, et il s'en forme de nouvelles.

570. Pour rendre ces vérités plus sensibles, nous représenterons ces quatre forces dans un tableau qui facilitera le moyen de suivre le jeu de leur action.

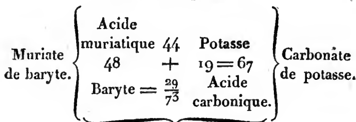
Deuxième expérience. On prend une dissolution de muriate de baryte, on y mêle une dissolution de potasse; il ne se produit aucun effet.

Troisième expérience. On prend une dissolution de muriate de baryte, on y mêle de l'eau saturée d'acide carbonique; il ne se fait aucune altération dans le mélange.

Quatrième expérience. On prend une dissolution de muriate de baryte, on y mêle une dissolution de carbonate de potasse. Soudain la liqueur se trouble, et une matière blanche se précipite au fond du vase.

Le muriate de baryte est composé d'acide muriatique et de baryte, lesquels sont représentés au côté gauche de la figure. Le carbonate de potasse est composé d'acide carbonique et de potasse, qui sont placés au côté droit. L'attraction de l'acide muriatique pour la baryte, et celle de la potasse pour l'acide carbonique, sont les attractions quiescentes. L'attraction de l'acide muriatique pour la potasse, et celle de la baryte pour l'acide carbonique, sont divellentes. Ces dernières l'emportent : les premières combinaisons sont rompues, et au lieu de muriate de baryte et de carbonate de potasse, on a du mu-

riate de potasse et du carbonate de baryte, lequel étant insoluble dans l'eau, se précipite.



571. On peut encore représenter quelques circonstances de l'opération ; ainsi la pointe de l'accolade inférieure étant dirigée vers le bas, désigne que le carbonate de baryte se précipite ; si elle étoit dirigée vers le haut, elle indiqueroit que la nouvelle combinaison seroit restée en dissolution.

Parmi les physiciens qui se sont occupés d'exprimer par des nombres la force comparative des attractions chimiques, M. de Morveau est celui qui l'a fait avec plus de succès. Voyez à ce sujet l'*Encyclopédie méthodique*, art. *Affinité*.

572. L'attraction moléculaire ou chimique ne s'exerce qu'entre les molécules les plus petites des corps ; elle est très-grande au contact ; nulle à une distance sensible. Cette loi est un résultat non équivoque donné par l'expérience.

573. L'attraction chimique des différentes substances s'exerce non-seulement en raison de son

énergie, mais encore en raison de la quantité de ces substances. M. Berthollet nous a fait connoître cette loi dont l'existence repose sur des faits incontestables.

1°. On fait un mélange d'acide muriatique, de potasse et de baryte, de manière qu'il y ait une quantité de baryte suffisante pour neutraliser l'acide. L'expérience fait voir que l'acide s'unit non-seulement avec la baryte, mais avec la potasse dont l'attraction pour l'acide est moindre que celle de la baryte.

2°. Un composé d'acide muriatique et de baryte est décomposé en partie par la potasse.

3°. Supposons un solide plongé dans un liquide qui a la propriété de le dissoudre. Le solide ne peut éprouver l'action du liquide qu'au contact de celuici, de manière que cette action est la même quelle que soit la quantité du liquide, pourvu qu'il y en ait assez pour établir tous les points de contact. Cependant, comme dans un liquide il s'établit un équilibre de saturation dans toute sa masse, il est visible que ces molécules qui peuvent exercer leur action sur le solide, atteignent d'autant plus lentement leur limite de saturation, que la quantité du liquide est plus grande ; et conséquemment, que la quantité de solide qui se dissout est proportionnelle à celle du liquide.

4°. Diverses expériences concourent à prouver que lorsque deux corps, sollicités par des attractions différentes pour un troisième, sont en contact avec ce dernier dans des circonstances semblables, il se

partage entre les deux, non-seulement en raison de l'énergie de leur attraction, mais encore en raison de leurs quantités.

574. Il suit de là qu'une grande quantité peut compenser une plus grande force d'attraction, et réciproquement; et conséquemment, que pour qu'un corps se partage également entre deux autres, les attractions de ces derniers pour le premier doivent être réciproques à leurs quantités. Supposons, par exemple, que l'attraction de la baryte pour l'acide muriatique soit représentée par le nombre 6, tandis que celle de la potasse est exprimée par 3: dans cette supposition l'acide muriatique se partagera également entre la baryte et la potasse, si la quantité de potasse est à celle de la baryte comme 6 à 3.

575. Pour qu'une dissolution s'opère, il faut que l'un des deux corps soit fluide, afin que les molécules puissent s'introduire entre celles du corps solide. L'action est ici réciproque, et on ne donne au fluide le nom de dissolvant, que parce qu'il donne sa forme au corps solide. Il se présente des cas dans lesquels aucun des corps qui se combinent n'est dans l'état fluide.

576. Lorsqu'un solide se dissout dans un fluide, la tendance à la combinaison a à surmonter la résistance mécanique que fait naître la différence des pesanteurs spécifiques; elle a aussi à vaincre la force de cohésion qui tient enchaînées les molécules du solide; gardons-nous cependant de regarder la force de cohésion comme toujours opposée à la force de composition

composition. Il arrive souvent que la force de cohésion détermine les combinaisons.

577. Il ne se fait point de combinaison sans changement de température. Quelquefois ce changement est très-rapide, quelquefois il est à peine sensible; mais le grand nombre de cas où on l'observe autorise assez à conclure qu'il a lieu dans tous. Cela vient de ce que chaque combinaison a son degré déterminé d'énergie qui varie dans chacune, ensorte que les molécules existent dans tous les corps de la nature à des distances d'elles-mêmes différentes pour chacun. Quand il se forme un nouveau composé, il existe donc ou plus ou moins de rapprochement dans ses molécules, qu'il n'en existoit dans la combinaison de laquelle ses élémens se sont séparés. Dans le premier cas, il y a dégagement de calorique et augmentation de température; dans le second, il y a absorption de calorique et diminution de température. La combinaison est d'autant plus intime, et conséquemment l'affinité d'autant plus grande, que la quantité de calorique dégagée est plus considérable. Lorsque l'eau se combine avec un sel qui cristallise, elle passe à l'état solide, ses molécules se rapprochent; il y a donc du calorique dégagé. Ordinairement nous ne sommes pas témoins de ce dégagement, mais nous en acquérons une preuve bien satisfaisante, quand nous voyons se produire du froid dans la dissolution d'un sel cristallisé. C'est qu'alors l'eau, pour repasser à l'état fluide, reprend ce qu'elle avoit perdu; et il faut, pour que la dissolution s'opère, beaucoup plus de calorique

qu'il n'en faudroit pour dissoudre le sel dans cette circonstance.

578. Quand il y a combinaison, la pesanteur spécifique dans le composé est toujours plus ou moins grande que dans les combinaisons qui se détruisent pour lui donner naissance. C'est une conséquence nécessaire de la loi que nous venons d'établir.

579. Les degrés de chaleur font varier, d'une manière très-inégale, les attractions de différentes substances ; ainsi, par exemple, l'ammoniaque décompose à froid le sulfate de magnésie, qu'il ne décompose pas à chaud. Ainsi le sulfate de magnésie et le muriate de soude se décomposent réciproquement à la température de 0, tandis qu'à 20 ou 30 degrés au-dessus de ce terme, l'acide sulfurique se reporte sur la magnésie, et l'acide muriatique sur la soude.

580. Il se mêle encore dans la plupart des phénomènes, des anomalies dont nous ne parlerons pas avec détail, parce qu'elles nous paroissent étrangères à l'objet que nous nous proposons dans cet Ouvrage.

581. Il se présente quelquefois des substances, telles que A, par exemple, décompose BC, et que B décompose AC. Quelques chimistes ont conclu de là que A a tantôt plus, tantôt moins d'attraction que B pour C : ils ont même cherché à faire de ces sortes de décompositions réciproques, un argument contre la théorie de l'attraction ; il est en effet absurde que deux substances, toutes choses égales d'ailleurs, exercent sur une troisième une action

aussi contradictoire. Aussi n'est-ce pas là ce qui se passe.

S'il se rencontre quelques anomalies dans cet ordre constant de phénomènes, c'est qu'alors il arrive quelque variation dans les circonstances qui les accompagnent, ou quelque force nouvelle qui change les conditions d'équilibre et trouble l'ordre des attractions.

Lorsqu'on fait bouillir de l'alcali sur du prussiate de fer, celui-ci se décompose presque sur-le-champ; la potasse enlève à l'oxide métallique l'acide qui le constituoit bleu de Prusse, forme un prussiate soluble, et l'oxide de fer reste déposé au fond du vase. Cependant si l'on observe bien ce dépôt, on s'apperçoit qu'il contient encore de l'acide prussique, et qu'il est propre à donner du bleu. Si pour enlever ce reste d'acide on essaie de faire bouillir avec de la potasse, comme la première fois, on aura beau forcer les doses et prolonger l'ébullition, on ne parviendra jamais à ce but. Voilà donc que la potasse, qui sembloit d'abord avoir plus d'attraction que le fer pour l'acide prussique, se trouve ici en défaut pour décomposer la même combinaison dont elle avoit déjà triomphé : première anomalie Il y a plus: si l'on fait bouillir de l'oxide de fer sur le prussiate de potasse, cette dernière substance, qui pourtant ne doit l'existence qu'à une décomposition du prussiate de fer par la potasse, est décomposée par l'oxide de fer, de manière qu'il semble résulter de là que la potasse a tantôt plus, tantôt moins d'attraction pour l'acide prussique que le fer : seconde anomalie.

Si l'on fait bouillir de la potasse sur du prussiate de fer, il se passe sur-le-champ et simultanément deux choses ; la potasse s'empare d'une partie de l'acide, et l'oxide de fer mis à nu se porte sur la portion du prussiate non décomposé. Lorsqu'en vertu de ce partage d'action tout se trouve réduit en prussiate de potasse, d'une part, et en prussiate de fer avec excès de fer, de l'autre, la potasse ne peut plus rien, et cela sans qu'il y ait contradiction ; car ce n'est plus au même corps qu'elle a affaire : mais si on enlève le fer en excès au moyen d'une substance qui ait pour l'oxide de fer plus d'attraction que cet oxide n'en a pour le prussiate de fer, alors ce dernier est de nouveau attaquable par la potasse, avec cependant la même restriction que ci-dessus. Reprenant ainsi successivement l'oxide de fer par un acide, et traitant le résidu par la potasse, on décompose tout le prussiate de fer : de là il est aisé de concevoir que l'oxide de fer en excès est susceptible de décomposer le prussiate de potasse. On prévoit déjà ce qui va se passer dans cette expérience : l'action va se partager, et il va se former, d'une part, un prussiate de fer, et de l'autre un prussiate de potasse, mais de manière que celui-ci ne sera jamais décomposé en entier.

Il est facile de faire à d'autres exemples l'application de ces principes. Ainsi, l'acide muriatique ne décompose jamais qu'en partie le nitrate de cuivre ; ainsi, l'acide sulfurique ne décompose qu'en partie le phosphate de chaux, etc.

582. Nous avons parlé d'attraction simple et d'at-

traction élective; à proprement parler, il n'en existe pas dans la nature qui nous présente exclusivement des exemples de l'attraction complexe. Lorsqu'une substance est chassée par une troisième d'un composé binaire, où cette substance se précipite, et alors elle obéit à une quatrième force, qui se compose et de sa force de cohésion en vertu de laquelle elle se solidifie, et de sa pesanteur. Si la substance éliminée ou le produit s'échappe à l'état de gaz, ils le font encore en vertu d'une force qui doit s'ajouter à celle qui tendoit à rompre l'équilibre établi. Enfin, si le tout ou partie reste dissous dans l'eau, ce fluide agit alors même par une force qui doit entrer en considération; et comme toujours il arrive une de ces trois choses, il est naturel de conclure qu'il n'y a jamais action de trois forces simplement, ou attraction élective.

CHAPITRE II,

Où l'on tâche de ramener la principale loi de l'attraction moléculaire à la loi de l'attraction newtonienne.

583. NEWTON avoit établi l'existence de l'attraction qui anime les grandes masses; il avoit démontré les lois qui la maîtrisent, et les avoit fait servir avec adresse à dévoiler le véritable mécanisme du système planétaire. Les mêmes lois lui avoient paru donner naissance aux phénomènes qui regardent l'attraction

moléculaire. Mais sur l'identité de ces deux sortes d'attraction, Newton n'a jamais formé que des soupçons contrariés d'ailleurs par la diversité, quelquefois même par l'apparente opposition des phénomènes.

584. Les disciples de Descartes cherchèrent dans les phénomènes de l'attraction moléculaire de nouvelles armes pour combattre la doctrine de Newton, et offrirent ainsi à leurs tourbillons chassés des espaces célestes, un petit empire sur la terre.

585. D'un autre côté, les newtoniens ayant Keil à leur tête, s'attachoient à prouver que les nouveaux phénomènes dépendoient exclusivement de l'attraction; mais cette attraction leur paroissoit différente de celle qui anime les grandes masses; elle étoit soumise à d'autres lois. Les uns la faisoient dépendre de la raison inverse du cube de la distance; les autres d'une raison mixte de l'inverse du carré et de l'inverse du cube, etc.

586. Réfléchissant sur cette diversité d'opinions, je me disois à moi-même: les attractions électriques et magnétiques sont soumises à la loi inverse du carré de la distance. L'attraction des grandes masses est soumise à la même loi. Est-il probable que la nature a établi une loi différente pour les molécules élémentaires? Ne semble-t-il pas que ces molécules, dont l'existence est sans doute antérieure à celle des masses, ont reçu de la nature la loi de leur tendance réciproque, qui a déterminé leur réunion pour former une grande variété de corps soumis à la même loi? Ces réflexions fortifiées par l'idée de l'extrême

simplicité de la nature, me faisoient pencher, je l'avoue, vers l'opinion de Buffon, dont la raison exercée à l'étude des phénomènes naturels lui montroit partout l'empreinte de la même loi. Cependant la Géométrie, dont la marche n'est jamais incertaine sembloit contrarier cette opinion et en commander le sacrifice. Je flottois au milieu de ces incertitudes lorsque j'eus l'idée de soumettre cette question à un nouvel examen. Je vais exposer ici le résultat de mes recherches, sans autre prétention que celle de prouver que la Géométrie ne contrarie point l'identité de la loi des masses et de celle des molécules indiquée d'ailleurs par l'analogie et la raison.

Premier Principe.

587. **A distance finie, tous les corps de la nature s'attirent en raison directe des masses, et en raison inverse du carré de la distance. L'attraction n'appartient pas exclusivement aux masses. Toutes leurs molécules la partagent.**

Second Principe.

588. **Une masse finie quelconque peut être regardée comme composée d'un nombre infini de parties infiniment petites que j'appelle *molécules élémentaires*, et dont conséquemment chacune égale la masse entière divisée par l'infini.**

589. L'infiniment petit et l'infiniment grand n'existent point dans la nature. La petitesse infinie des masses des molécules élémentaires n'est donc qu'une petitesse relative; et conséquemment le résultat

que nous obtiendrons ne doit être regardé que comme la limite vers laquelle tendent, sans jamais l'atteindre, les résultats de la nature.

590. Ces principes une fois bien constatés, soient deux masses finies quelconques M, m, dont les centres d'action sont séparés par une distance finie quelconque D : l'attraction que M exerce sur m égale $\frac{M}{D^2}$ et celle que m exerce sur M égale $\frac{m}{D^2}$, donc la somme de ces attractions, ou l'attraction totale que j'exprime par $A = \frac{M + m}{D^2}$.

591. A la place des deux masses finies dont il s'agit, supposons deux de leurs molécules élémentaires ; rien n'est changé excepté les masses. Au lieu de deux masses finies, nous avons deux de leurs parties infiniment petites : donc, pour avoir dans ce dernier cas l'expression de l'attraction, il faut substituer $\frac{M}{\infty}$ à la place de M, et $\frac{m}{\infty}$ à la place de m; et notre formule générale $A = \frac{M + m}{D^2}$ se change en celle-ci, $A = \frac{M + m}{D^2 \infty} = \frac{1}{D^2 \infty}$ en faisant $M + m = 1$.

592. Mais est-il bien vrai que cette dernière équation représente exactement la somme des actions qu'exercent l'une sur l'autre nos deux molécules élémentaires ? Dans l'hypothèse où ces molécules seroient sphériques, les masses ne seroient-elles pas comme les cubes des rayons, et le rayon de chacune de ces petites sphères étant supposé infiniment petit du premier ordre, la masse seroit un infiniment petit

du troisième ordre? Alors, au lieu de $A = \frac{1}{D^2\infty}$,

nous aurions $A = \frac{1}{D^2\infty^3}$.

Nous allons examiner cette objection avec tout le soin que son importance commande.

593. 1°. Personne ne dispute au géomètre le privilége d'établir ses calculs sur des bases hypothétiques, et d'en tirer des résultats qui, quoique rigoureux, n'ont pas plus de réalité que les principes qui leur ont donné naissance. Il peut donc, s'il considère les corps, leur donner, ainsi qu'à leurs molécules élémentaires, la sphéricité et l'homogénéité que leur refuse la nature; mais ce qui est permis au géomètre ne l'est point toujours au physicien. S'agit-il d'estimer la masse d'une des molécules élémentaires d'une masse finie? Il puise dans la science qu'il cultive des moyens infaillibles et parfaitement indépendans d'une figure, dont la nature lui commande de faire abstraction, puisqu'elle s'obstine à lui en dérober la connoissance.

2°. Mais supposons, contre toute vraisemblance, que les molécules élémentaires des corps soient douées d'une forme sphérique; et examinons dans cette hypothèse la difficulté qui nous occupe.

Premier Principe.

594. La molécule élémentaire d'une masse finie, ne peut être supposée plus petite qu'une masse infiniment petite du premier ordre; car nous avons vu qu'on peut regarder une masse finie comme composée d'un nombre infini de parties infiniment pe-

tites, que nous appelons *molécules élémentaires*, et dont chacune égale la masse entière divisée par l'infini, c'est-à-dire, que chacune de ces parties d'une masse finie, a et ne peut avoir qu'une masse infiniment petite du premier ordre.

Second Principe.

595. Les masses s'estiment par les poids, et ceux-ci se composent des volumes combinés avec les densités.

Cela posé, d'après le premier principe, la molécule élémentaire d'une masse finie est une masse infiniment petite du premier ordre : donc, suivant le second principe, le produit de son volume par sa densité doit toujours égaler $\frac{1}{\infty}$: donc si le volume $=\frac{1}{\infty}$, la densité $=1$; si le volume devient $\frac{1}{\infty^2}$, la densité $=\infty$: enfin, si le volume devient $\frac{1}{\infty^3}$, la densité devient nécessairement ∞^2, sans quoi la masse de la molécule ne resteroit point infiniment petite du premier ordre, et ne pourroit conséquemment plus être regardée comme une partie infiniment petite d'une masse finie. Or, dans l'hypothèse où la molécule devient une sphère homogène d'un rayon infiniment petit, le volume étant comme le cube du rayon, devient égal à $\frac{1}{\infty^3}$: donc alors la densité devient nécessairement ∞^2, afin que la masse de la molécule reste toujours égale a $\frac{1}{\infty}$. En un mot,

$\frac{1}{\infty^3}$ exprime le volume d'une sphère homogène d'un rayon infiniment petit; mais ce volume ne peut représenter la molécule élémentaire d'une masse finie, c'est-à-dire, une masse infiniment petite du premier ordre, qui est toujours égale à $\frac{1}{\infty}$.

596. On me dira peut-être : lorsqu'il s'agit d'une sphère supposée homogène, telle, par exemple, que le globe que nous habitons, on substitue sans erreur sensible les cubes des rayons à la place des masses. Oui, sans doute, mais ici la densité est finie, elle est exprimée par l'unité : les masses sont donc directement comme les volumes; mais si à une masse infiniment petite du premier ordre on donne une forme telle que le volume devienne infiniment petit du second ou du troisième ordre, il n'est plus permis, sans altérer la masse, de lui substituer le volume. Il faut alors tenir compte de la densité qui, pour que la masse reste la même, doit nécessairement augmenter dans le même rapport que le volume diminue.

597. Mais ne peut-on pas supposer que la densité de la molécule restant finie, son volume devienne $\frac{1}{\infty^3}$? Non, sans doute, car il s'agit ici de l'élément ou d'une partie infiniment petite d'une masse finie, qui est nécessairement un infiniment petit du premier ordre : donc, si son volume devient $\frac{1}{\infty^3}$, sa densité ne peut rester finie. S'il en étoit autrement, sa masse deviendroit un infiniment petit du troisième

ordre; dès-lors elle seroit l'élément d'une masse infiniment petite du second ordre, et cesseroit d'être la molécule élémentaire d'une masse finie.

598. Il est donc évident que $\frac{1}{\infty^3}$ ne peut exprimer la masse de la molécule élémentaire d'une masse finie, même dans l'hypothèse de sa sphéricité et de son homogénéité : d'où il résulte que je n'ai pu représenter exactement une partie infiniment petite d'une masse finie quelconque M, que par $\frac{M}{\infty}$; et conséquemment que l'équation $A = \frac{M+m}{D^2\infty}$ est l'expression fidèle de la somme des actions qu'exercent l'une sur l'autre nos deux molécules élémentaires.

Cela posé, faisons varier la distance D qui sépare nos deux molécules élémentaires, suivant cette série 1, 2, 3, 4.....∞, l'attraction variera suivant cette progression géométrique décroissante.

$$\frac{M+m}{\infty},\ \frac{M+m}{4\infty},\ \frac{M+m}{9\infty},\ \frac{M+m}{16\infty}\ldots\frac{M+m}{\infty^2\times\infty} \text{ ou } \frac{M+m}{\infty^3}$$

qui donne le rapport inverse du carré de la distance; mais toujours, c'est-à-dire, à une distance finie quelconque, l'attraction est infiniment petite ou nulle.

Faisons à présent évanouir la distance finie qui sépare les molécules élémentaires.

Dans cette supposition $D = \frac{1}{\infty}$; donc la formule

$$A = \frac{M+m}{D^2\infty}$$

devient

$$A = \frac{\frac{M+m}{\infty}}{\frac{1}{\infty^2}} = \frac{M+m \times \infty^2}{\infty} = M+m \times \infty.$$

Donc, au moment où la distance qui séparoit les molécules devient infiniment petite, c'est-à-dire, au contact, l'attraction devient infinie.

Il suit de là que si la distance varie suivant cette série o, 1, 2, 3, 4.....∞, l'attraction variera suivant cette loi,

$$\overline{M+m} \times \infty,\ \frac{M+m}{\infty},\ \frac{M+m}{4\infty},\ \frac{M+m}{9\infty},\ \frac{M+m}{16\infty} \ldots\ldots \frac{M+m}{\infty^3}$$

qui, en divisant tout par $M+m$, se change en celle-ci,

$$\infty,\ \frac{1}{\infty},\ \frac{1}{4\infty},\ \frac{1}{9\infty},\ \frac{1}{16\infty} \ldots\ldots \frac{1}{\infty^3}.$$

599. Jusqu'ici nous avons envisagé des molécules élémentaires isolées, considérons à présent des molécules réunies en masse; un cône, par exemple, touchant par son sommet une molécule élémentaire qu'il attire. Concevons ce cône divisé en tranches infiniment minces parallèles à sa base; les distances de ces tranches à la molécule attirée, croissent depuis le sommet jusqu'à la base, suivant cette série o, 1, 2, 3, 4.....∞: donc l'action de la molécule du sommet sur la molécule attirée qu'elle touche $= \infty$. L'attraction de chacune des molécules situées dans la tranche qui suit immédiatement $= \frac{1}{\infty}$: donc l'action de la tranche entière $= 1$, puisque la dis-

tance qui la sépare de la molécule attirée, est exprimée par 1, et que sa masse est comme le carré de cette distance. L'attraction de chacune des molécules qui se trouvent dans la tranche suivante $= \frac{1}{4\infty}$: donc l'action de la tranche entière, située à une distance comme 2 de la molécule attirée $= 1$; il en est de même des tranches suivantes, comme il est aisé de s'en assurer par un raisonnement semblable au précédent : donc en commençant par le sommet du cône, l'action de chacune des tranches infiniment minces qui le composent sur une molécule élémentaire placée à son sommet, suit cette loi ∞, 1, 1, 1, 1,.......1; et conséquemment l'attraction est infiniment plus grande au contact qu'à une distance finie quelconque.

600. Les moyens qui nous ont conduit à ce résultat peuvent faire naître des doutes sur son exactitude. Il importe d'en justifier la bonté, en y parvenant par une méthode différente de celle qui nous a servi à le trouver. Si l'on conçoit le cône divisé en tranches infiniment minces, parallèles à sa base, l'action de chaque tranche sur la molécule élémentaire qui touche le sommet, est égale à sa masse divisée par le carré de sa distance à la molécule attirée; et comme la masse est proportionnelle à ce carré, l'action de chaque tranche est égale à 1; mais le sommet du cône qui touche la molécule attirée, n'embrasse et ne peut embrasser qu'une molécule dont la masse est $\frac{1}{\infty}$. Le carré de sa distance à la

molécule attirée est $\frac{1}{\infty^2}$: donc son action sur cette molécule, égale $\frac{\frac{1}{\infty}}{\frac{1}{\infty^2}} = \infty$: donc à commencer par le sommet, l'action des tranches qui composent le cône sur une molécule élémentaire touchant le sommet, suit cette loi ∞, 1, 1, 1.....1; résultat parfaitement conforme au précédent.

601. Quelques physiciens prétendent que, dans l'hypothèse même du contact, le sommet du cône et chacune des tranches qui le composent, exercent une action égale sur une molécule élémentaire. Concevons, disent-ils, un cône touchant par son sommet une molécule élémentaire qu'il attire, partagé en tranches infiniment minces parallèles à sa base : l'attraction de chaque tranche est, comme sa base, divisée par le carré de sa distance au sommet du cône; or la masse est proportionnelle à ce carré : donc son attraction qu'on désigne par $a = \frac{D^2}{D^2} = 1$; et parce qu'il en est de même de chaque tranche, l'attraction d'un cône sur une molécule élémentaire qui touche le sommet, est comme la somme de ses tranches, c'est-à-dire, comme la longueur du cône.

Il est visible que ces physiciens conçoivent le cône engendré par le mouvement d'une surface, et qu'ils prennent le sommet du cône pour la tranche élémentaire. S'il en étoit autrement, D^2 n'exprimeroit pas sa masse; et conséquemment, on n'auroit point eu pour expression de l'attraction exercée par le

sommet sur la molécule élémentaire qu'il touche, $\frac{D^2}{D^2} = 1$.

Si nous sommes parvenus à un résultat contraire, c'est que nous avons envisagé le sommet du cône comme n'embrassant qu'une molécule élémentaire. Nous concevons ce solide engendré par la révolution d'un des côtés d'un triangle; et dans l'hypothèse de cette formation, le sommet du cône n'est qu'un point, et ne peut conséquemment embrasser qu'une molécule élémentaire.

602. L'attraction que les corps terrestres exercent les uns sur les autres est absorbée par l'attraction que la terre exerce sur chacun d'eux; et celle-ci, à son tour, est absorbée par l'attraction moléculaire; car, en supposant que la masse de la terre soit infinie par rapport à une masse infiniment petite, l'attraction que la terre exerce sur une molécule élémentaire, égale $\frac{\infty}{D^2}$, fraction qui approche d'autant plus de l'infiniment petit, que D approche davantage de l'infiniment grand. Deux molécules élémentaires mises en contact, exercent l'une sur l'autre une action $= \infty$: donc la force que fait naître dans une molécule élémentaire l'attraction de la terre, est très-inférieure à celle qui lui est imprimée par le contact d'une molécule semblable.

Soit une molécule élémentaire située à une distance finie quelconque d'une sphère homogène qui l'attire. Toutes les parties de la sphère attirant suivant la loi inverse des carrés de leurs distances, la sphère

sphère attire selon la loi inverse du carré de la distance de son centre. On a conclu de là que si la molécule est transportée sur la surface de la sphère, l'action de la sphère sur la molécule devient proportionnelle au rayon : conclusion fausse, à laquelle on a été conduit par le défaut de considération de l'attraction moléculaire. Lorsque la molécule élémentaire est placée sur la surface de la sphère, elle est en contact avec une des molécules du solide, dont l'action $= \infty$. La molécule de la sphère, située à l'extrémité opposée du même diamètre, exerce sur la molécule attirée une action $= \frac{1}{\infty}$. Donc les deux molécules de la sphère, dont l'une touche la molécule attirée, et dont l'autre est située à l'extrémité opposée du même diamètre, n'agissent point comme elles agiroient si elles étoient réunies au centre; et conséquemment l'action d'une sphère sur une molécule élémentaire qu'elle touche, n'est pas proportionnelle au rayon.

Les formules analytiques ne sont sans doute qu'une expression très-concise d'un raisonnement qui doit souvent emprunter, surtout dans les sciences physiques, un langage vulgaire pour devenir généralement intelligible. Tâchons donc de faire voir, sans le secours du calcul, que deux molécules élémentaires en contact doivent exercer l'une sur l'autre une action infinie, par là même qu'elle est en raison directe des masses et en raison inverse du carré de la distance. Si les masses de deux corps finis qui s'attirent, deviennent infiniment petites, l'attraction

qu'ils exercent l'un sur l'autre éprouve, sous le rapport des masses, une diminution infinie. Mais si ces masses, devenues infiuiment petites, sont en contact, leurs centres d'action se trouvent infiniment rapprochés : donc l'attraction, suivant la loi inverse du carré de la distance, augmente infiniment plus par le rapprochement des centres d'action, qu'elle ne diminue par l'extrême petitesse des masses : donc l'attraction est iufinie.

CHAPITRE III.

De quelques propriétés des molécules élémentaires, et de la formation des corps naturels.

Ce que nous avons dit dans le chapitre précédent va nous éclairer sur quelques propriétés des molécules élémentaires.

603. En supposant que la masse de chaque molécule élémentaire est infiniment petite, il est clair que son volume combiné avec sa densité égale $\frac{1}{\infty}$, et conséquemment, que la densité d'une molécule élémentaire ne peut être finie que dans l'hypothèse inadmissible quelle seroit réduite à une seule dimension, c'est-à-dire que son volume égaleroit $\frac{1}{\infty}$: dans toute autre supposition admissible, il est aisé de voir que la densité de chaque molécule élémentaire doit être infinie : d'où il suit que les molécules élémentaires jouissent d'une extrême dureté,

qu'elles sont insécables, et conséquemment indestructibles.

604. L'indivisibilité des molécules élémentaires peut seule garantir à la nature son inaltérabilité et sa durée ; car si les molécules élémentaires pouvoient être divisées ou altérées d'une manière quelconque, cette altération en produiroit nécessairement une dans les corps qui résultent de leur réunion ; et conséquemment la nature des corps changeroit avec celle des élémens qui les composent.

605. C'est à ces molécules insécables et indestructibles que la nature a donné l'impénétrabilité, la mobilité, l'inertie, et cette propriété qu'elles ont de tendre les unes vers les autres en vertu d'une force variable en raison directe des masses, et en raison inverse du carré de la distance. Obéissant à cette force, les molécules élémentaires s'unissent d'autant plus étroitement que leurs centres d'action sont plus rapprochés, et forment ainsi des molécules plus grandes, dont la force attirante diminue, parce que la distance qui sépare leurs centres d'action augmente. Plusieurs de ces dernières, unies entr'elles, constituent des molécules plus grandes encore, dont la force attirante devient toujours plus foible, et ainsi de suite jusqu'à la formation de ces molécules dont les corps naturels se composent, et qui sont connues sous le nom de *molécules intégrantes.*

606. Quant à la forme des molécules élémentaires, il est vraisemblable qu'elle varie considérablement, ce qui fait varier la force attractive qui anime différentes molécules lorsqu'elles sont en contact ; car

il est visible qu'une différence dans la forme des molécules doit en produire une dans le rapprochement des centres d'action, lorsque les molécules sont en contact : d'où doit nécessairement naître une différence dans la force attractive qui les anime.

607. La forme des molécules élémentaires nous est et nous sera toujours inconnue. Il paroît néanmoins que la figure sphérique n'est point celle qu'elles ont reçue de la nature ; car 1°. la forme sphérique n'est point favorable à l'union des molécules, puisque deux sphères ne peuvent se toucher que par un point ; 2°. quoique les molécules des liquides affectent constamment la figure sphérique, il faut se garder de penser que cette forme soit celle de leurs molécules élémentaires. La forme sphérique est aussi accidentelle aux molécules des liquides que la liquidité qui lui donne naissance. Il suffit, pour s'en convaincre, d'observer que la forme sphérique abandonne les molécules des liquides dans leur passage à l'état de solides.

608. Mais quelle est la forme des molécules intégrantes dont les corps homogènes se composent ? C'est là sans doute un de ces problèmes dont on chercheroit en vain une solution complète et parfaitement satisfaisante. Tout ce que nous pouvons dire raisonnablement, c'est que la forme de lames très-minces paroît être la plus favorable à l'union des molécules, parce que cette forme favorise beaucoup le rapprochement des centres d'action ; il est visible que toute autre forme tend à augmenter la distance qui sépare les centres d'action des molécules mises

en contact; et conséquemment à diminuer la force attractive qui les anime. D'ailleurs, nous verrons dans la suite que les couleurs des corps naturels présentent des phénomènes qu'on ne peut expliquer d'une manière plausible, qu'en concevant les corps composés de lames très-minces appliquées les unes sur les autres.

CHAPITRE IV.

Des phénomènes d'adhésion et de cohésion.

609. Si je considère deux corps terrestres quelconques, deux globes, par exemple, séparés par un intervalle quelconque, je les vois sollicités par l'attraction qu'ils exercent mutuellement l'un sur l'autre, et par l'attraction que la terre exerce sur chacun d'eux : cette dernière force l'emportant sur la première rend son effet nul, ou pour mieux dire insensible. Mais si je rapproche ces deux globes jusqu'à ce qu'ils se touchent, le contact donne naissance à une autre sorte d'attraction qui se concentre dans les molécules qui se touchent, et qui est supérieure à l'attraction que la terre exerce sur chacune de ces deux molécules, n° 602. C'est cette nouvelle force qui fait naître le phénomène d'adhésion.

610. Ici l'adhésion n'est pas considérable, parce que deux globes ne peuvent se toucher que par un point. Mais si au lieu de deux globes, j'applique l'une sur l'autre deux plaques de métal, de marbre

ou de verre poli ; outre l'attraction réciproque des masses, je vois naître de l'application immédiate des surfaces une attraction de contact, proportionnelle à la grandeur des plaques et au poli de leur surface.

611. Quant à la force de cohésion qui unit entre elles les molécules d'un corps homogène, ou devenu homogène par l'attraction des principes qui le composent, la théorie fait voir, et l'expérience confirme qu'elle doit être beaucoup plus grande que la force d'adhésion. Dans celle-ci il y a seulement rapprochement des surfaces ; dans la cohésion il y a contact dans tous les sens que les figures des molécules le permettent. Deux plaques métalliques appliquées l'une sur l'autre doivent donc opposer à leur séparation une résistance bien foible par rapport à celle qu'opposent les deux plaques réduites en une seule masse par le moyen de la fusion.

612. Dans les opérations chimiques on commence par diviser, par atténuer les corps avant de les mettre en contact pour déterminer leur union. Cette espèce de mécanisme présente non-seulement l'avantage de détruire la force de cohésion, mais encore celui de réduire les molécules à un état d'extrême ténuité, qui augmente d'autant plus l'énergie de l'attraction, qu'il favorise davantage le rapprochement des centres d'action : de là vient sans doute que l'union de deux substances s'effectue avec plus d'activité lorsqu'on leur donne la forme liquide ; la combinaison est encore plus rapide, si elles ont reçu la fluidité aériforme.

613. Si l'attraction déjà augmentée par l'excessive

ténuité des molécules se trouve encore favorisée par leur figure, de manière à multiplier les points de contact, son activité deviendra très-puissante; et il est aisé de concevoir qu'elle pourra l'être au point de commander, pour ainsi dire, la séparation de deux principes pour former de nouvelles combinaisons.

CHAPITRE V.

Application de la théorie de l'attraction moléculaire au phénomène des tubes capillaires.

614. Si l'on plonge dans l'eau un tube capillaire, c'est-à-dire, dont la cavité intérieure représente un cylindre assez étroit pour être comparé à un cheveu; au moment même de l'immersion, l'eau s'élève dans son intérieur et y demeure suspendue au-dessus du niveau, à une hauteur qui est en raison inverse du diamètre du tube.

615. Si l'on plonge le même tube dans le mercure, ce fluide se tient au-dessous du niveau, et son abaissement est aussi en raison inverse du diamètre du tube.

Tel est le phénomène des tubes capillaires, qui est devenu une branche importante de Physique, soit parce qu'il sert à expliquer un grand nombre d'autres phénomènes, soit parce qu'il semble contrarier une des principales lois de l'équilibre des fluides.

616. Sans entrer dans le détail des hypothèses plus ou moins ingénieuses qui ont été imaginées pour expliquer ce phénomène, nous allons exposer des principes fondés sur l'expérience, et en tirer des conséquences qui conduiront à une explication satisfaisante.

Premier Principe.

617. Les molécules de l'eau s'attirent mutuellement; de là, la forme sphérique que prennent des gouttes isolées de ce fluide; de là, cette espèce d'empressement avec lequel on les voit se réunir pour former une masse commune lorsqu'elles sont en contact.

Deuxième Principe.

618. L'eau est attirée par le verre.

Troisième Principe.

619. L'attraction du verre pour l'eau est plus grande que celle de l'eau pour elle-même.

Première expérience. On plonge un morçeau de verre dans l'eau; on le retire, et on voit sa surface recouverte de molécules d'eau adhérentes aux élémens du verre; ce qui annonce que le verre a pour l'eau plus d'attraction qu'elle n'en a pour elle-même.

620. Il suit de ce principe, et l'expérience confirme, 1°. si l'on plonge dans de l'eau, dont la surface est représentée par MN (fig. 81), une lame de verre A; en vertu de l'attraction du verre pour l'eau, plus grande que celle de l'eau pour elle-même, ce

fluide doit s'élever de chaque côté de la lame, et former deux surfaces concaves EDC, FGH.

621. 2°. De la masse d'eau soulevée il doit se détacher un grand nombre de molécules de fluide, qui, suivant les circonstances, doivent s'élever à différentes hauteurs; de là vient que la plupart des cristallisations salines ont la propriété de grimper le long des parois des vases qui les renferment, et de se répandre même au-dehors.

622. 3°. Le poids de la masse d'eau soulevée est la mesure exacte de l'adhérence de cette masse avec la ligne des molécules supérieures, déterminée par la longueur de la lame.

623. 4° Quelle que soit la nature du fluide, la surface courbe est toujours la même, et elle se termine seulement plus tôt ou plus tard, suivant que la cohésion des molécules du fluide est moins ou plus grande.

624. 5°. Ni l'adhérence du fluide avec la partie plongée de la lame, ni la prépondérance des colonnes extérieures n'entrent pour rien dans la suspension de la portion d'eau soulevée; elle est due uniquement à l'adhérence des molécules d'eau qui terminent la surface courbe, avec les élémens du verre, qui sont en contact avec ces mêmes molécules, et qui sont immédiatement au-dessus.

625. 6°. Si l'on plonge une seconde lame parallèlement à la première, tout se passera de même, si elles sont à une certaine distance l'une de l'autre (fig. 82). Mais si on les rapproche de manière que les courbes intérieures se croisent (fig. 83), l'eau

doit s'élever plus haut qu'auparavant ; car si la surface de l'eau soulevée gardoit la forme discontinue AHB, les forces qui, dans le premier cas, pouvoient soulever les deux masses considérées séparément, n'auroient pas leur entier effet : en supposant donc que ces forces n'aient reçu aucun accroissement, il est clair qu'elles soulèvent encore un volume d'eau égal à CHD, que la surface de l'eau s'élevera quelque part en IGK, et que cette élévation augmentera à mesure que la distance qui sépare les lames deviendra plus petite.

626. 7°. Si, au lieu de lames de verre, on emploie des tubes de même matière qui soient capillaires, l'élévation de l'eau au-dessus du niveau doit être en raison inverse du diamètre du tube. Cette assertion, qu'on doit regarder comme une conséquence nécessaire de ce qui vient d'être dit, peut être confirmée par le raisonnement suivant.

Plus le diamètre du tube plongé est petit, plus sa courbure est rentrante, et conséquemment, plus les actions que ses molécules exercent sur le fluide sont rapprochées : donc, en supposant une molécule du fluide située à la même distance d'un point attirant pris sur les courbures de plusieurs tubes capillaires de différens diamètres, les arcs, dont ce point occupera le milieu, s'infléchiront d'autant plus vers la même molécule, et agiront conséquemment sur elle par des attractions d'autant plus voisines du contact, qu'ils appartiendront à des tubes plus étroits : l'élévation de cette molécule au-dessus du niveau sera donc en raison inverse du diamètre du tube.

627. On peut déduire de là un moyen simple de déterminer les rapports d'attraction qu'ont, pour leurs propres molécules, les fluides susceptibles de s'élever dans les tubes capillaires; car, puisque le poids de chaque colonne fluide soulevée est la mesure de leur adhérence avec une colonne de molécules qui a même diamètre que le tube, il suffira de déterminer les hauteurs auxquelles se tiennent ces différens fluides dans un même tube, et de les multiplier respectivement par la pesanteur spécifique de chacun d'eux, en observant de faire toutes ces expériences à la même température. C'est ainsi qu'en représentant l'attraction de l'eau distillée pour elle-même par l'unité, on trouve les nombres suivans pour les attractions de trois autres fluides, relatives à la température de 20 degrés (échelle centigrade), acide sulfurique 0,7; alcool 0,3; éther sulfurique 0,2. Il est probable que ces rapports éprouvent des variations par d'autres températures.

628. Il nous reste à expliquer le phénomène d'abaissement du mercure au-dessous du niveau, lorsqu'on plonge un tube capillaire dans ce fluide.

Premier Principe.

629. Les molécules du mercure s'attirent mutuellement; de là, la forme sphérique que prennent des gouttes de mercure abandonnées à elles-mêmes; de là, l'union que contractent deux ou plusieurs molécules de ce fluide, du moment qu'elles sont en contact.

Deuxième Principe.

630. Le verre a de l'attraction pour le mercure.

Deuxième expérience. Si on met une goutte de mercure sur une feuille de papier et qu'on la touche avec un morceau de cristal, le mercure s'y attache; et si le verre est élevé doucement de dessus le papier, le mercure s'attache par une surface plane d'une largeur considérable relativement au volume de la goutte, comme on le voit aisément à la faveur du microscope; enfin, si on tient le verre un peu obliquement, la goutte de mercure roule tout doucement sur son axe le long du bord inférieur du verre, jusqu'à ce qu'elle arrive au bout, où elle reste suspendue comme auparavant.

Troisième Principe.

631. Le verre a moins d'attraction pour le mercure, que le mercure n'en a pour lui-même.

Troisième expérience. On présente à une masse de mercure une goutte de ce fluide attachée à la pointe d'une lame de verre; la goutte de mercure abandonne le verre pour se réunir à la masse; de là vient que du verre plongé dans un bain de mercure, n'est pas mouillé par ce fluide.

632. Il suit de ces principes, et l'expérience confirme, 1°. si l'on plonge une lame de verre dans une masse de mercure, le fluide doit se déprimer de chaque côté de la lame, et former deux surfaces convexes de même nature que celles que donne le phénomène d'ascension.

633. 2°. Le poids du mercure déprimé est la mesure exacte de la force avec laquelle adhèrent entr'elles deux lignes de molécules fluides de même longueur que la lame.

634. 3°. La dépression doit être d'autant plus considérable, que la cohésion des molécules du fluide est plus grande.

635. 4°. La lame est soulevée avec une force égale au poids du fluide déprimé.

636. 5°. Si l'on plonge une seconde lame parallèlement à la première, tout se passe de la même manière, si les lames sont à une certaine distance l'une de l'autre ; mais si elles sont assez rapprochées pour que les courbes intérieures se croisent, alors la dépression doit être plus considérable qu'auparavant; et elle devient d'autant plus grande, que la distance des lames est plus petite.

637. 6°. Si au lieu de lames de verre on emploie des tubes capillaires, la dépression du mercure au-dessous du niveau doit être en raison inverse du diamètre du tube. Cette loi de dépression se déduit des principes établis de la même manière et par des raisonnemens semblables à ceux qui nous ont servi à établir la loi d'ascension.

638. On peut déduire de là un moyen facile de déterminer en nombres l'attraction du mercure pour lui-même, comparée à celle de l'eau distillée, prise pour unité. Il suffit pour cela de multiplier la hauteur de la dépression par la pesanteur spécifique du mercure, et de diviser le produit par la hauteur à laquelle l'eau s'élève dans le même tube. Après un

grand nombre d'expériences faites sur différens tubes, on a trouvé que la force d'agrégation des molécules du mercure est représentée par 3,6.... c'est-à-dire, qu'elle est presque quadruple de celle avec laquelle les molécules d'eau adhèrent entre elles.

639. Les effets des tubes capillaires peuvent être ramenés à une expérience fort simple, présentant le phénomène dégagé des lois de l'équilibre des fluides, qui se mêlent plus ou moins avec l'attraction dans les cas où il a lieu.

Quatrième expérience. Inclinez un tube capillaire, et laissez tomber sur sa surface une goutte de fluide; redressez ensuite le tube au moment où cette goutte, entraînée par son poids, arrive à l'orifice inférieur; vous la verrez à l'instant s'élancer par cet orifice dans l'intérieur du tube.

640. Cette expérience peut servir de passage pour arriver à l'explication d'un grand nombre de phénomènes dont nous sommes chaque jour les témoins. Une bûche plongée dans l'eau par une de ses extrémités, s'imbibe de cette eau dans toute sa longueur; la sève s'élève des racines d'un arbre jusqu'aux extrémités de ses branches; du sucre plongé par une pointe dans un fluide, se trouve en un instant humecté jusqu'au haut; la mèche de coton attire de bas en haut l'huile d'une lampe, etc. Ces phénomènes, et une foule d'autres semblables, sont dus évidemment à la capillarité.

NOTE.

Le phénomène de la capillarité a exercé l'activité des géomètres : Clairaut s'en est occupé le premier; mais l'explication qu'il en donne, contrariée par l'expérience, est bien loin de pouvoir satisfaire un physicien.

Dans ces derniers temps, M. Laplace a dirigé vers le même objet ses recherches mathématiques. Elles l'ont conduit à une théorie lumineuse, fondée sur des principes dont l'exposition abrégée ne paroîtra point étrangère à ce Traité élémentaire.

1°. Les phénomènes des tubes capillaires sont produits par l'attraction moléculaire, c'est-à-dire par une force très-grande au contact; nulle, à une distance sensible ; d'où il suit que la petite colonne liquide occupant l'axe d'un tube qui, quoique capillaire, a toujours une largeur sensible, ne peut être soutenue au-dessus du niveau par l'action des parois ; et conséquemment, qu'elle doit son élévation à l'action du liquide sur lui-même.

2°. En vertu de cette action qui ne s'exerce qu'à de très-petites distances, et qui est indépendante de la pesanteur, un liquide dont la surface est horizontale tend à faire entrer les molécules de la surface dans l'intérieur; et si cette tendance ne produit pas son effet, c'est que l'impénétrabilité s'y oppose.

3°. Un liquide qui s'élève dans un tube capillaire ne prend point à sa surface une figure plane; il affecte celle d'un ménisque concave ou convexe, suivant les circonstances, très-approchant d'une demi-sphère.

4°. Dans cet état, le liquide exerce encore sur les molécules de sa surface une action perpendiculaire de dehors en dedans; mais cette action est différente de celle du plan. M. Laplace prouve qu'elle est moins forte si la surface est concave; plus forte, si elle est convexe. La différence de ces forces est la même dans les deux cas. Elle est réciproque au rayon de la sphère, et toujours très-petite par rapport à l'action du plan.

De ces principes démontrés par un calcul rigoureux, M. Laplace est conduit à cet important résultat. L'action du menisque sur la colonne liquide qui occupe l'axe d'un tube capillaire, est réciproque au diamètre du tube.

Concevons à présent, avec M. Laplace, un canal infiniment étroit qui, partant du point le plus bas du menisque, traverse le tube, se replie par dessous et se termine à la surface libre du liquide. Il ne peut être en repos, s'il n'y a équilibre dans le petit canal. Mais ce dernier éprouve deux pressions inégales; l'une à l'orifice libre, est l'action qui résulte d'une surface plane; l'autre dans l'intérieur du tube capillaire, est celle d'une surface concave ou convexe, et conséquemment plus foible dans le premier cas, plus forte dans le second. Il faut donc, pour que l'équilibre s'établisse, que le liquide soumis à l'action d'une surface concave, s'élève dans le tube capillaire, jusqu'à ce que le poids de la petite colonne soulevée, compense ce qui manque à l'action attractive par l'effet de la concavité de la surface. Si le liquide est soumis à l'action d'une surface convexe, il doit, pour que l'équilibre ait lieu, s'abaisser dans le tube où l'action est plus forte, afin que cette dépression produise une différence de niveau qui compense la foiblesse de la force opposée. La hauteur de la petite colonne dans le premier cas, et son abaissement dans le second, seront donc comme la différence des deux forces, c'est-à-dire réciproques au diamètre du tube; ce qui est conforme à l'expérience.

C'est en analysant les forces qui se combinent dans la production des phénomènes capillaires, que M. Laplace est parvenu à cette théorie. Elle est remarquable, 1°. par sa simplicité; elle fait tout dépendre de la forme de la surface. 2°. Par sa fécondité, elle embrasse un grand nombre de phénomènes dont plusieurs paroissoient étrangers à la capillarité. 3°. Par l'accord qui règne entre l'expérience et le calcul.

FIN DU PREMIER VOLUME.



TABLE DES CHAPITRES

et des principaux Articles contenus dans ce premier volume.

LIVRE PREMIER.

De l'Etendue, de la Divisibilité, de la Figurabilité et de la Mobilité des corps.

LIVRE II.

De l'Inertie.

PREMIÈRE PARTIE.

Des phénomènes qui appartiennent à l'inertie des solides.

LIVRE II.

SECONDE PARTIE.

Des phénomènes qui appartiennent à l'inertie des fluides.

LIVRE III.

PREMIÈRE PARTIE.

Du système planétaire.

LIVRE III.

SECONDE PARTIE.

Des causes physiques des mouvemens célestes.

LIVRE III.

TROISIÈME PARTIE.

De l'attraction considérée dans les corps terrestres, ou de la pesanteur.

LIVRE III.

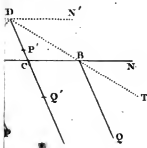
QUATRIÈME PARTIE.

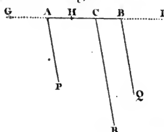
De l'attraction considérée dans les molécules élémentaires des corps.

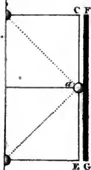
FIN DE LA TABLE.

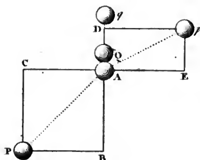
FAUTES A CORRIGER.

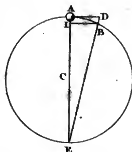
Pag. 65, lig. 2, au lieu de *suspendue en l'air et posée sur un tapis*, lisez, suspendue en l'air ou posée sur un tapis.

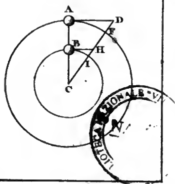

ig. 4.
D
N'
P'
B
C
N
Q'
T
Q


Fig. 5.
G
A
H
C
B
I
P
Q
R

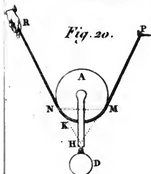

Fig. 9.
C F
a
E G

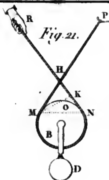

Fig. 10.
q
D
p
Q
C
A
E
P
B

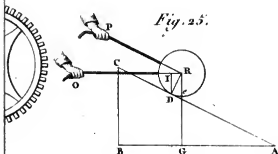

Fig. 14.
A
D
I
B
C
E


Fig. 15.
A
D
F
B
H
I
C




Fig. 20.
R
P
A
N
M
K
H
D


Fig. 21.
R
P
H
K
O
M
N
B
D


Fig. 25.
P
O
C
I
R
D
B
G
A

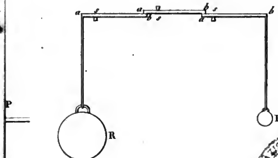

Fig. 30.
a
b
R
P



Fig. 35.

R R C c m G r r P S

Fig. 42.

B D C E

Fig. 43.

O P Q B A C F H K a D D C I L M A a N

Fig. 48.

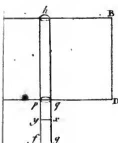


Fig. 49.

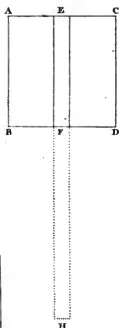


Fig. 56.

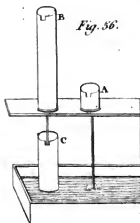
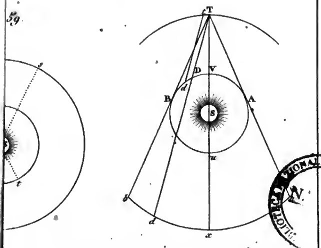
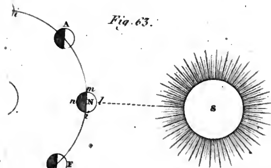
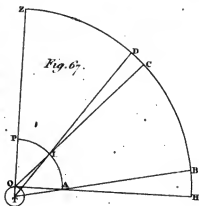


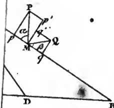
Fig. 60.

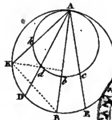





Fig. 63.
A
N
S
F


Fig. 67.
Z
D
C
P
I
B
O
A
T
H
E
H
h
p


Fig. 71.
P
M
Q
D
B


Fig. 72.
A
K
D
B
E



Pl. 6.

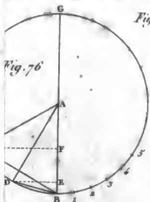
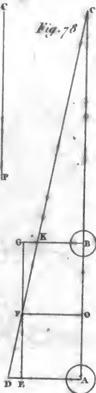
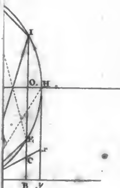
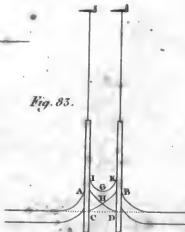

Fig. 76
G
A
F
D
E
B
1
2
3
4
5


Fig. 77.
c
p
q
C
P


Fig. 78
C
G
K
B
F
O
D
E
A


I
O
H
E
C
B


Fig. 83.
I
G
K
A
H
B
C
D







